

Piero Gelfi  
Ezio Giuriani

**Effetti della fessurazione  
sugli appoggi ed in campata  
nelle travi continue di c.a.**

# Effetti della fessurazione sugli appoggi ed in campata nelle travi continue di c.a.

## Summary

*This work deals with the evaluation of the moment redistribution due to the cracking during the 2nd stage. The deformations are determined referring to local moment-curvature relationships instead of the more common relationships concerning average curvature. The local curvatures have to be taken into account, because of the not negligible moment gradient in the support zones. The tension stiffening is introduced by means of a simplified formulation. The solution of the non-linear equations connected to the cracking is obtained by means of the Newton-Raphson iterative method. The analysis of two, three and four spanned continuous beams shows the role of the parameters governing the moment redistribution. The comparison with the experimental results is also made, the list of the computer program is in the appendix.*

Referee - Filiberto Finzi

## 1. Presentazione del problema

Nelle strutture in c.a. il fenomeno della fessurazione, presente anche nelle condizioni di esercizio, determina un comportamento che può discostarsi notevolmente da quello previsto dalla teoria elastica [1], [2], [3].

In particolare nelle travi continue la fessurazione interessa soprattutto le sezioni sugli appoggi, dove si hanno picchi di momento negativo; la diminuzione conseguente di rigidità provoca una redistribuzione delle azioni flettenti che può essere molto sensibile nel caso di travi debolmente armate.

Si osservi che la diminuzione del momento sull'appoggio rispetto al valore elastico provoca un aumento del momento in campata (fig. 1), il che peraltro può anticipare la formazione delle fessure in campata, rispetto alle previsioni della teoria elastica.

Nel lavoro [2] è stato affrontato il calcolo delle iperstatiche nelle travi a più campate, considerando però unicamente la fessurazione a momento negativo, situazione frequente nelle condizioni d'esercizio. I risultati di tale lavoro hanno mostrato che la riduzione del valore delle iperstatiche può essere anche del 30-40% rispetto al calcolo elastico.

Nel presente lavoro viene affrontato di nuovo il problema,

tenendo conto però anche della fessurazione in campata. Come nei lavori precedenti non si prendono specificatamente in considerazione gli effetti di eventuali fessurazioni prodotte da ritiro o variazioni termiche.

## 2. Caratteristiche del legame momento-curvatura

Lo studio dell'effettivo regime flessionale delle strutture iperstatiche in c.a. richiede il calcolo delle deformazioni in presenza della fessurazione, deformazioni che possono essere calcolate per integrazione delle curvature. Allo scopo risultano quindi importanti i legami momenti-curvature nelle sezioni fessurate. Sulle caratteristiche di tali legami è necessario fare alcune precisazioni.

Nel lavoro [5] si sono messe in evidenza sperimentalmente differenze considerevoli tra i legami momenti-curvature medie e i legami momenti-curvature locali.

Nella letteratura ([6], [7], [8]) si fa riferimento usualmente alle curvature medie, dato che le prove sperimentali vengono condotte su tratti di trave a momento costante e la curvatura viene valutata come rapporto tra la rotazione relativa degli estremi e la loro distanza. In tal caso le fessure non si formano contemporaneamente e il passaggio al secondo stadio è graduale (fig. 2 ramo a).

Quando invece viene valutata la curvatura locale del con-

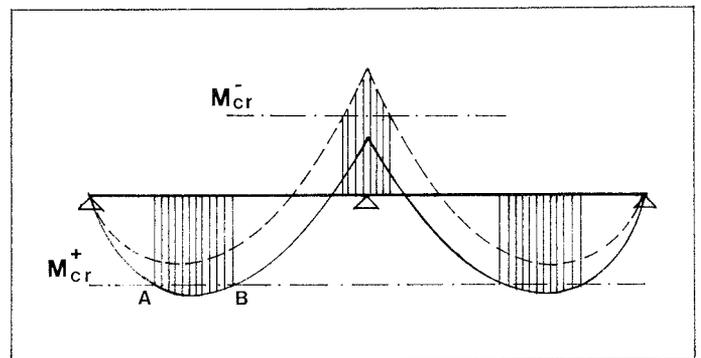


Fig. 1. Ridistribuzione dei momenti provocata dalla fessurazione.

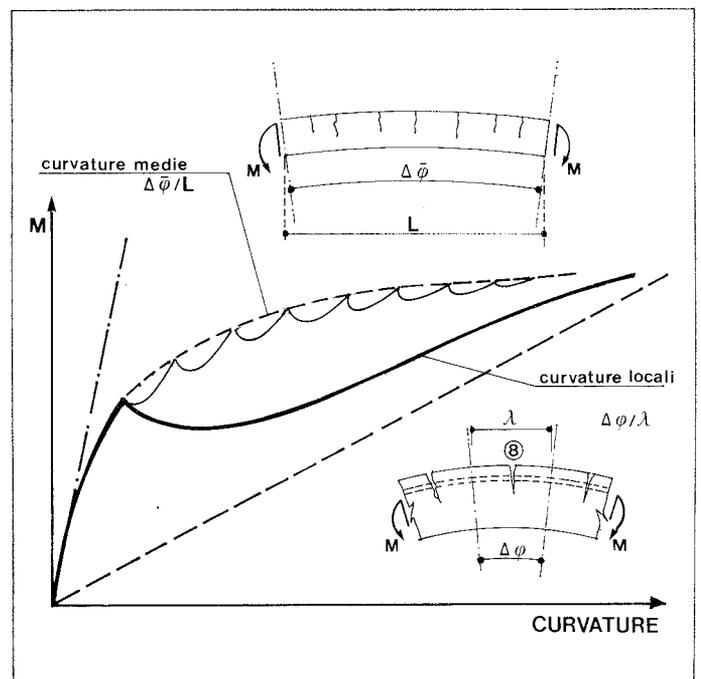


Fig. 2. Legami momenti-curvature medie a) e locali b) (Ref. [5]).

(\*) Ricercatore presso la Facoltà di Ingegneria dell'Università degli Studi di Brescia.  
 (\*\*) Professore Associato di Tecnica delle Costruzioni presso il Dipartimento di Ingegneria Strutturale del Politecnico di Milano.

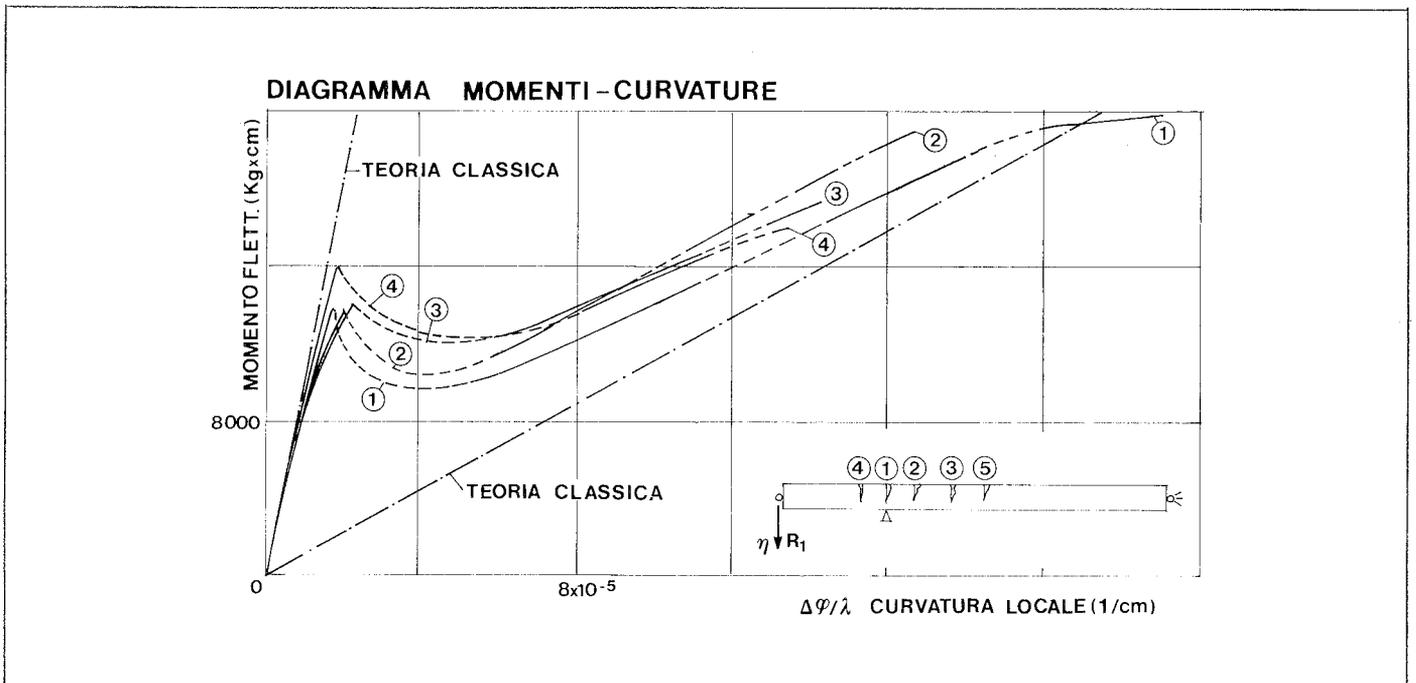


Fig. 3. Legami momenti-curvature locali nei conci contenenti le varie fessure (Ref. [1]).

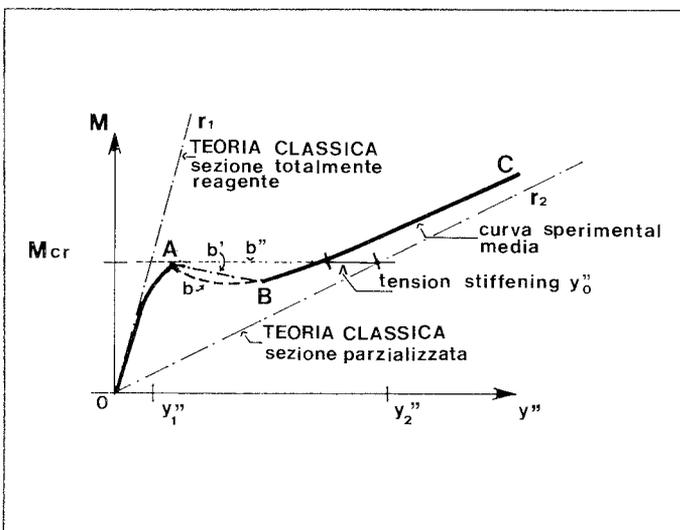


Fig. 4. Legame momento-curvature locale. Curva sperimentale media.

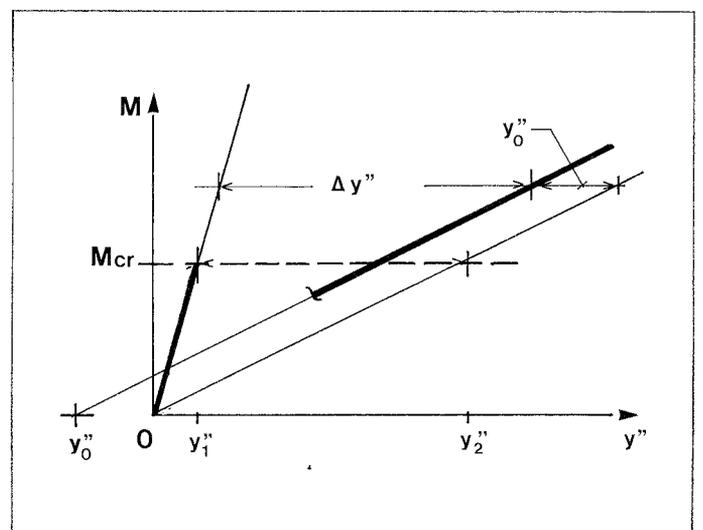


Fig. 5. Legame momento-curvature locale. Schematizzazione bilineare.

cio contenente una sola fessura (compreso fra le sezioni di mezzaria fra due fessure), superato il momento di prima fessurazione, si può manifestare un tratto instabile (fig. 2 ramo *b*), con conseguente brusco incremento di curvatura, che non è possibile evidenziare con la prova a curvatura medie.

Lo studio delle travi continue, caratterizzate da picchi di momento e quindi da poche fessure nelle zone degli appoggi, deve essere condotto facendo riferimento ai legami momenti-curvature locali. Solamente la fessurazione di campata potrebbe essere trattata approssimativamente impiegando i legami delle curvature medie, essendo il tratto di campata sollecitato da un momento quasi costante con molte fessure.

Il legame delle curvature locali consente invece un'analisi corretta anche per i tratti in campata, dato che nella realtà le fessure si formano non contemporaneamente, ma successivamente, nelle sezioni dove via via viene superato il momento di prima fessurazione (fig. 1 sezioni *A* e *B*); la deformazione complessiva risulta somma di quelle locali.

In figura 3 sono riportati i legami momenti-curvature locali ottenuti nella prova sperimentale [1] (eseguita su una trave a debole armatura), con la quale è stato possibile mettere bene in evidenza la presenza dei tratti instabili. Le quattro curve, relative ai legami dei quattro conci contenenti le rispettive fessure, denotano differenze modeste dovute alla non omogeneità del materiale. Appare quindi giustificato assumere per il calcolo un diagramma medio come in figura 4.

In tale figura la retta  $r_2$  rappresenta il legame della teoria classica delle sezioni parzializzate (II stadio), la retta  $r_1$  rappresenta il legame per sezioni interamente reagente (I stadio). Dal confronto si possono trarre le seguenti considerazioni:

- il primo stadio appare ben approssimato dalla retta  $r_1$  della teoria classica
- il secondo stadio assume un andamento praticamente lineare per valori del momento superiori a quello di prima fessurazione

— nel secondo stadio le curvature reali sono inferiori a quelle della teoria classica per la collaborazione del calcestruzzo teso compreso fra le fessure (tension stiffening). Per quanto riguarda la transizione dal primo al secondo stadio, essa può avvenire con modalità differenti che dipendono dal tipo di sezione, di carico e di vincolo.

Nel caso delle strutture iperstatiche la fessurazione produce in genere una riduzione del momento iperstatico ed un incremento di curvatura (figura 4, tratto  $b'$ ). Il passaggio dal primo al secondo stadio avverrebbe invece secondo il tratto  $b$  nel caso in cui si imponessero le curvature locali. Il tratto  $b''$  descrive infine il passaggio dal primo al secondo stadio nel caso delle travi isostatiche soggette a carichi esterni crescenti.

Per lo studio del regime statico delle travi continue sottoposte a carichi crescenti, ha poco interesse in generale la fase transitoria, e pertanto appare giustificata la schematizzazione bilineare di figura 5, già adottata nel lavoro [2]. Lo studio razionale del fenomeno del tension stiffening e della fase transitoria dal primo al secondo stadio, condotto in [9] e [10], ha permesso di ottenere per via analitica i legami momenti-curvature locali. L'approccio analitico ha permesso di individuare i parametri che governano il fenomeno e di eseguire uno studio sistematico per valutare il loro ruolo. In particolare nelle figure 6 e 7 vengono mostrate, per la sezione rettangolare [9], l'influenza della percentuale di armatura  $\mu$  e dell'azione assiale (parametro  $n^* = N/bh$ ): al crescere della percentuale di armatura e dell'azione assiale diminuisce l'importanza del ramo instabile e l'incremento di curvatura durante il passaggio dal primo al secondo stadio. La figura 8 mette in evidenza l'influenza della forma della sezione [10], confrontando i risul-

tati della sezione a T con quelli della sezione rettangolare (si noti per la sezione a T il differente comportamento a momento positivo e negativo). La figura 9 mostra l'influenza della percentuale di armatura nelle sezioni a T soggette a momento positivo e negativo [10].

Dalla sintesi dei risultati teorici e sperimentali sopra richiamati si possono trarre le seguenti considerazioni:

— per basse percentuali di armatura e carichi assiali di compressione modesti o nulli il legame momenti-curvature presenta un pronunciato ramo discendente dopo la prima fessurazione; per elevati valori del carico assiale il legame presenta invece solo la discontinuità di pendenza

— per alte percentuali di armatura il ramo discendente si riduce o scompare. In presenza di elevate azioni assiali di compressione la curva diventa continua insieme alla sua pendenza

— modeste azioni assiali di trazione aumentano considerevolmente l'entità del ramo discendente anche per alte percentuali di armatura

— nelle sezioni a T soggette a momento negativo vi è una caduta di momento, più accentuata rispetto alle sezioni rettangolari debolmente armate

— nelle sezioni a T soggette a momento positivo si ha un diagramma pressoché continuo, come nel caso delle sezioni rettangolari fortemente armate

— in tutti i casi, ad eccezione delle sezioni con elevate azioni assiali di compressione, il ramo del secondo stadio ha un andamento praticamente lineare, confermando la validità dello schema bilineare per il legame momento-curvatura locale.

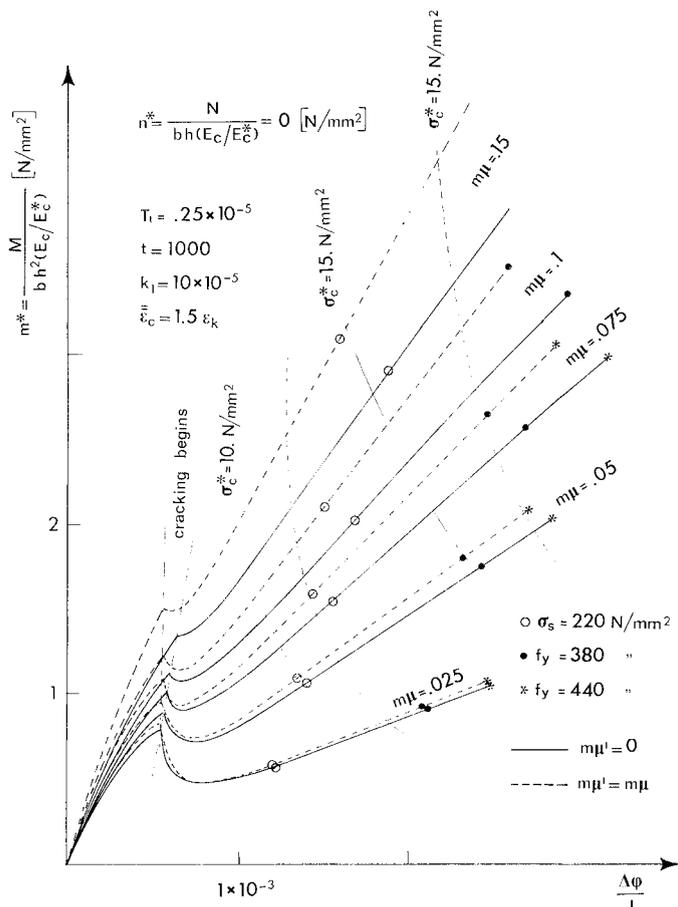


Fig. 6. Influenza della percentuale di armatura nei legami momenti-curvature locali (Ref. [9]).

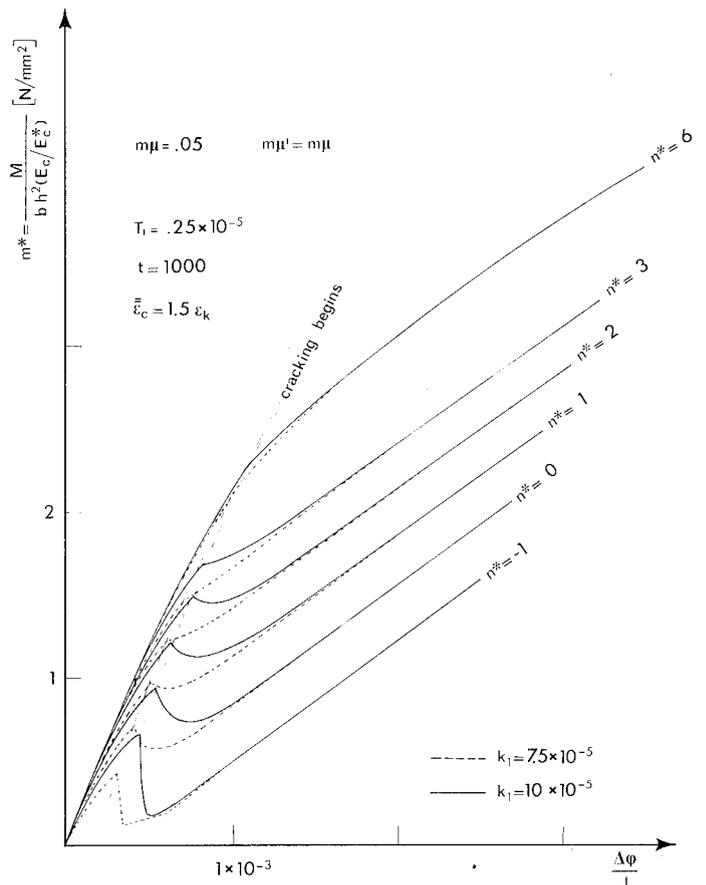


Fig. 7. Influenza dell'azione assiale nei legami momenti-curvature locali (Ref. [9]).

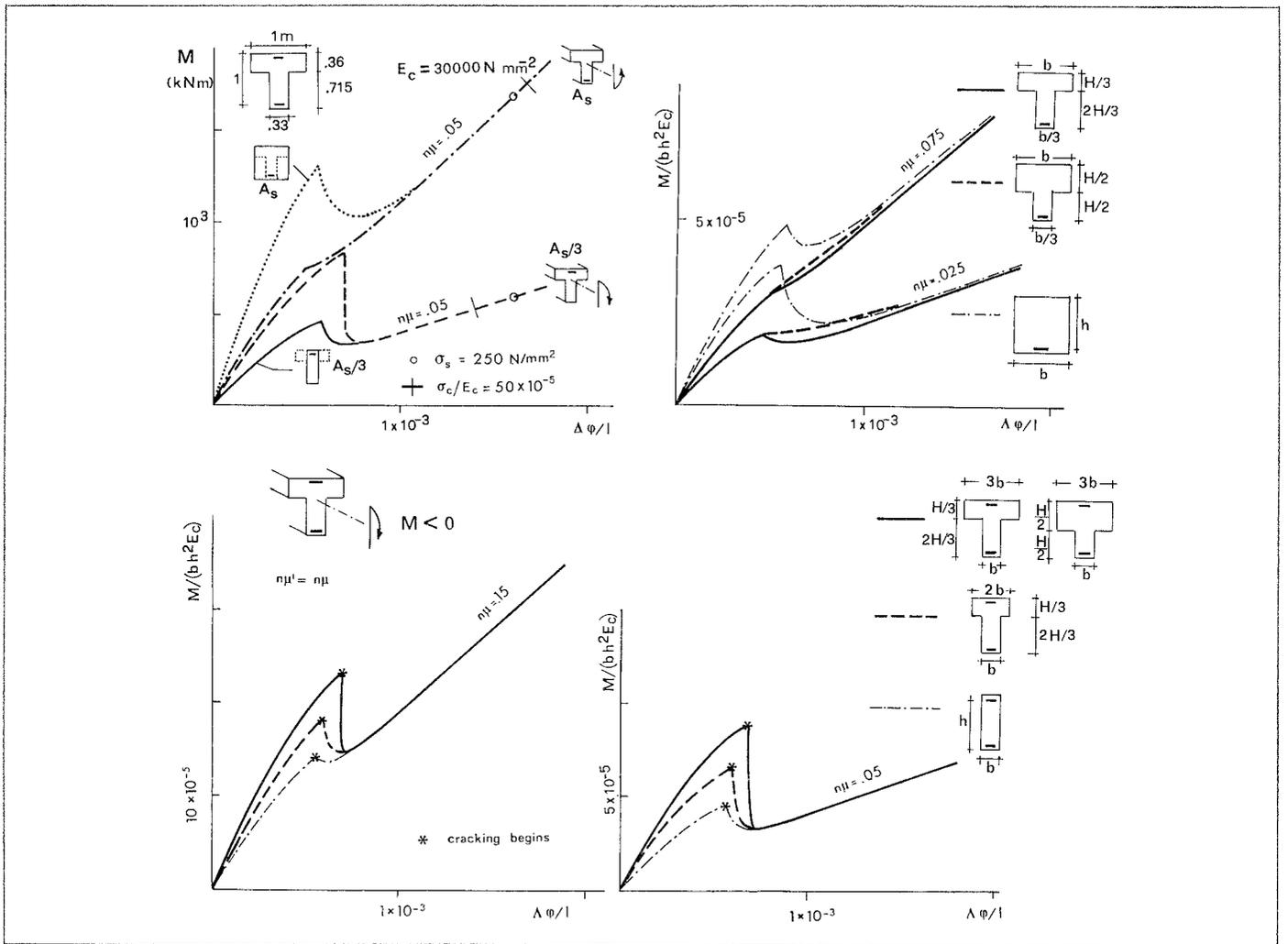


Fig. 8. Influenza della forma della sezione nei legami momenti-curvature locali (Ref. [10]).

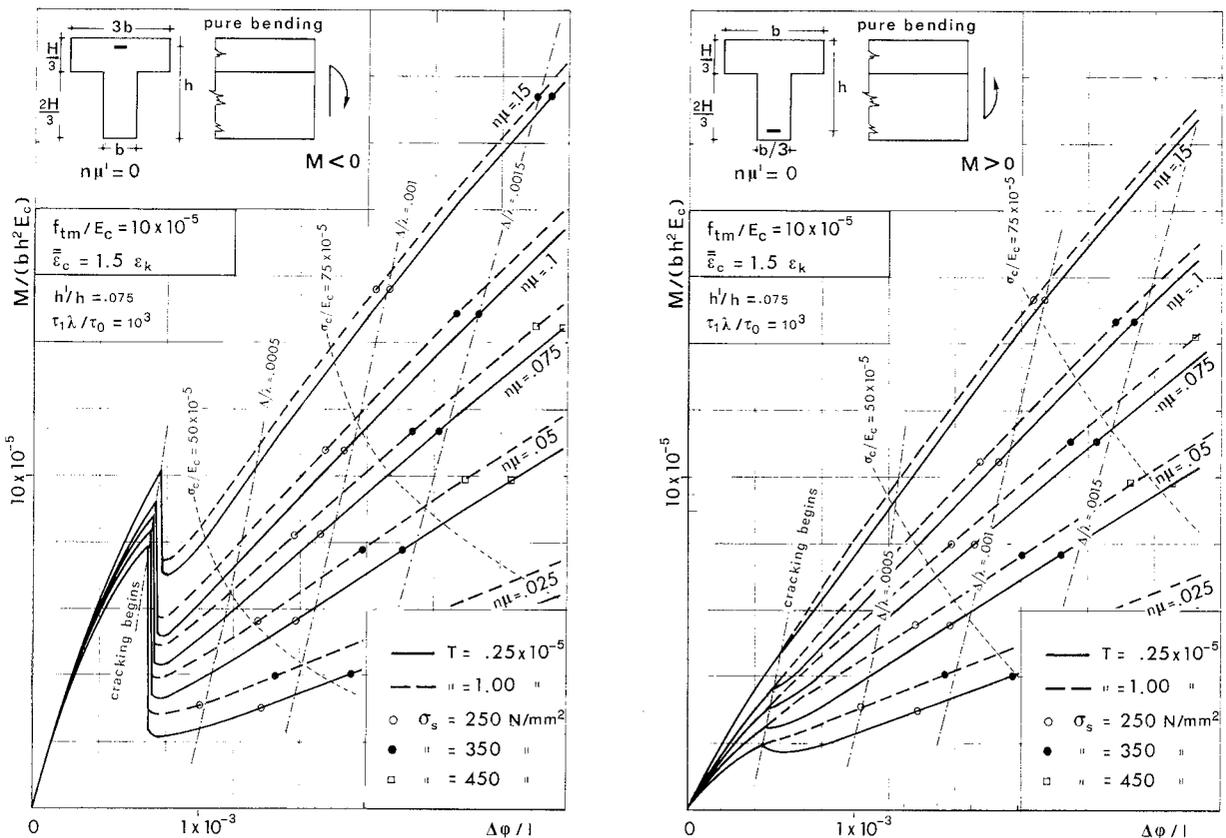


Fig. 9. Influenza della percentuale di armatura nei legami momenti-curvature locali per travi con sezione a T (Ref. [10]).

### 3. Calcolo approssimato del tension stiffening

Nel paragrafo precedente si è mostrata la validità dello schema bilineare del legame momento-curvatura per tutti i casi ad eccezione delle sezioni soggette ad elevata azione assiale.

Mentre le pendenze dei due rami possono essere assunte approssimativamente uguali a quelle delle rette della teoria classica (per sezioni interamente reagenti e parzializzate), rimane da valutare la riduzione di curvatura nel secondo stadio, connessa col tension stiffening.

Nella letteratura si trovano molti lavori sull'argomento (per es. [6], [7], [8], [12]), che propongono formule empiriche, peraltro con risultati spesso discordanti fra loro, probabilmente perché ricavati da prove sperimentali a momento costante. Si ritiene utile invece fornire un metodo di calcolo, seppur approssimato, basato su un approccio teorico. Nel tratto di trave di lunghezza  $dx$  compreso fra due fessure (fig. 10a), viene indicata con  $d\phi/dx$  la curvatura locale. Nella sezione fessurata  $B-B$ , lo sforzo di trazione  $\bar{\sigma}_s$  dell'acciaio è superiore a quello  $\sigma_s$  della sezione  $A-A$  compresa fra le fessure, a causa della collaborazione del calcestruzzo teso.

Facendo riferimento ad una distribuzione costante degli sforzi di aderenza, come in figura 10b, che risulta un'approssimazione accettabile soprattutto durante il secondo stadio avanzato [15], l'andamento delle deformazioni  $\epsilon_s$

tra due sezioni fessurate risulta linearmente decrescente dagli estremi verso il punto medio (fig. 10c).

Per l'equilibrio del tronco di armatura tra le sezioni  $A-A$  e  $B-B$  (fig. 10d) risulta:

$$T = \bar{T} - \frac{\lambda}{2} \rho \tau_d$$

con  $\rho = n\pi\Phi$  = perimetro dell'armatura.

Si ottiene allora:

$$\sigma_s = \frac{\bar{T}}{A_s} - \frac{\lambda}{2} \frac{\tau_d}{A_s} \rho = \bar{\sigma}_s - \frac{\tau_d \rho}{A_s} \frac{\lambda}{2}$$

$$\epsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s} = \frac{\bar{\sigma}_s}{E_s} - \frac{\tau_d \rho \lambda}{2 A_s E_s} = \bar{\epsilon}_s - \frac{\tau_d \rho \lambda}{2 A_s E_s}$$

Sostituendo alla funzione  $\epsilon_s$ , variabile nel tratto tra due fessure, il suo valore medio

$$\epsilon_{sm} = \frac{\bar{\epsilon}_s + \epsilon_s}{2}$$

si può esprimere la curvatura effettiva nella zona fessurata utilizzando l'allungamento medio:

$$y_{ef}'' = y_2'' - y_0'' = \frac{d\phi}{dx} = \frac{\bar{\epsilon}_c + \epsilon_{sm}}{h} = \frac{\bar{\epsilon}_c + (\bar{\epsilon}_s + \epsilon_s)/2}{h}$$

$$y_{ef}'' = \frac{\bar{\epsilon}_c + \bar{\epsilon}_s - (\tau_d \rho \lambda)/(4 A_s E_s)}{h}$$

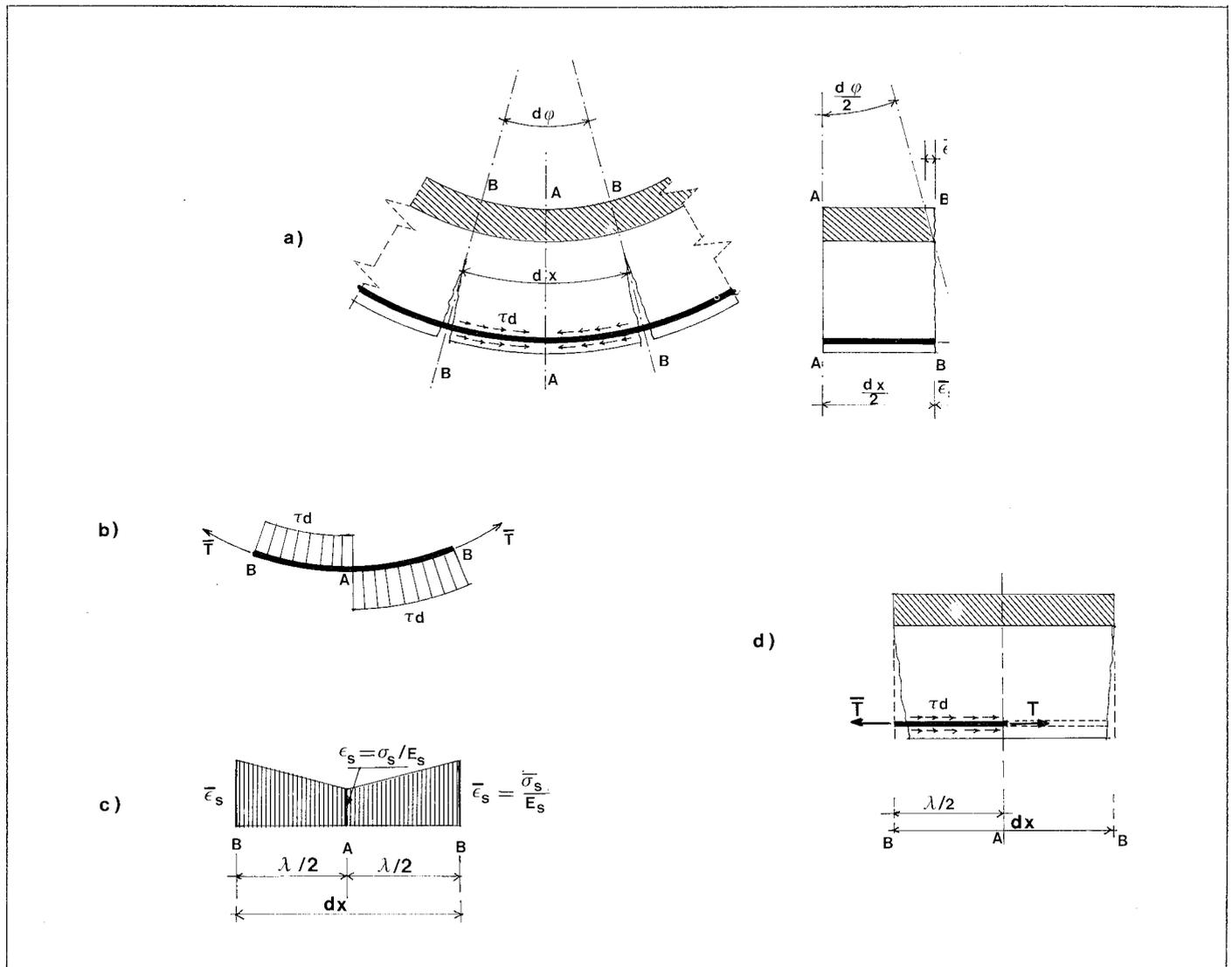


Fig. 10. Calcolo approssimato del tension stiffening.

Utilizzando il diagramma momenti-curvatura di figura 11 si può esprimere analiticamente il tension stiffening come differenza tra la curvatura ideale della sezione parzializzata e quella effettiva:

$$y_0'' = y_2'' - y_{ef}'' = \frac{\bar{\epsilon}_c + \bar{\epsilon}_s}{h} - y_{ef}'' = \frac{\tau_d \rho \lambda}{4hA_s E_s} \quad (1)$$

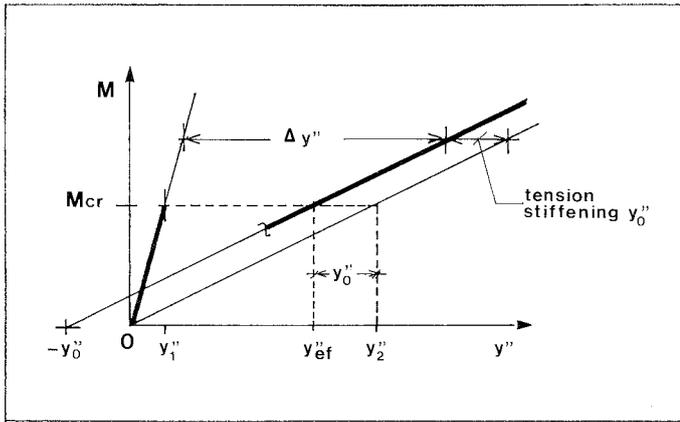


Fig. 11.

La distanza  $\lambda$  tra le fessure può essere calcolata con le formule classiche come per esempio [12]:

$$\lambda = K_2 \frac{\sigma_{rt} b (H - x)}{\tau_d \rho} \quad (2)$$

dove  $K_2$  è un coefficiente adimensionale sperimentale;  $H$  è l'altezza totale della trave;  $\rho$  è il perimetro dell'armatura;  $x$  è la distanza dell'asse neutro dal bordo compresso;  $b$  è la larghezza della sezione;  $\tau_d$  è la tensione media di aderenza acciaio-calcestruzzo;  $E_s$  è il modulo elastico dell'acciaio;  $\sigma_{rt}$  la tensione di rottura a trazione del calcestruzzo. In conclusione, sostituendo la relazione (2) nella (1), si ottiene la formula approssimata del tension stiffening:

$$y_0'' = K_2 \frac{\sigma_{rt} b (H - x)}{4hE_s A_s} \quad (3)$$

Tale formula consente di fare le seguenti considerazioni:

— il tension stiffening è influenzato prevalentemente dai valori della resistenza a trazione del calcestruzzo  $\sigma_{rt}$  e dal rapporto tra l'area del calcestruzzo teso e dell'acciaio  $b(H - x)/A_s$

— nella formula non entra direttamente lo sforzo di aderenza. Infatti l'aumento dello sforzo di aderenza  $\tau_d$  produce una riduzione della distanza  $\lambda$  delle fessure, mantenendosi costante il prodotto  $\tau_d \lambda$  (vedi relazione 2).

— il coefficiente  $K_2$ , che dipende dal tipo di sollecitazione e dalle caratteristiche della sezione (acciaio ad aderenza migliorata, interfero, copriferro, diametro delle barre), è di incerta determinazione. In prima approssimazione, per barre ad aderenza migliorata, può essere assunto pari a 0,5 [12].

#### 4. Aspetti del calcolo non lineare

Operando con il metodo delle forze, le incognite iperstatiche  $\{M\}$  della trave continua vengono determinate imponendo le condizioni di congruenza, cioè l'annullamento delle rotazioni relative  $\{\Phi\}$  nei nodi. In forma matriciale si scrive il sistema:

$$\{\Phi(\{M\})\} = 0.$$

In presenza di fessurazione tale sistema non è lineare; per la sua soluzione si è qui adottato il classico metodo iterativo di Newton-Raphson [13], [14]. Detta  $\{M^k\}$  la soluzione approssimata al generico passo  $k$ -esimo, si linearizza il sistema nel suo intorno attraverso uno sviluppo in serie di Taylor arrestato al primo termine:

$$\{\Phi(\{M + \Delta M\})\} \cong \left\{ \left[ \frac{\delta \Phi}{\delta M} \right] \{\Delta M\} + \Phi(\{M\}) \right\} = 0$$

ovvero:

$$\left[ \frac{\delta \Phi}{\delta M} \right] \{\Delta M\} = -\{\Phi(\{M\})\}$$

avendo ommesso per semplicità di scrittura l'indice  $k$ .

Esplicitando la relazione per il generico nodo  $i$ , si ottiene ad esempio l'equazione:

$$\frac{\delta \Phi_i}{\delta M_{i-1}} \Delta M_{i-1} + \frac{\delta \Phi_i}{\delta M_i} \Delta M_i + \frac{\delta \Phi_i}{\delta M_{i+1}} \Delta M_{i+1} = -\Phi_i(M_{i-1}, M_i, M_{i+1})$$

nella quale le derivate sono calcolate con i valori  $M^k$  ottenuti al passo precedente e il termine noto è la rotazione relativa provocata dai carichi esterni e dalle iperstatiche  $M^k$ . La risoluzione del sistema lineare permette di ricavare gli incrementi  $\Delta M^k$ . La soluzione al passo successivo risulta:

$$\{M^{k+1}\} = \{M^k\} + \{\Delta M^k\}.$$

Le rotazioni relative  $\{\Phi\}$ , prodotte dalle iperstatiche e dai carichi esterni uniformemente distribuiti su ciascuna campata, sono calcolate analiticamente integrando le curvature. Tale integrazione deve essere effettuata tenendo conto delle differenti espressioni delle curvature nei tratti fessurati. Il programma prevede che possano essere introdotti legami momenti-curvature differenti nelle diverse campate. Nella singola campata, inoltre, è possibile adottare legami differenti per i tratti fessurati a momento positivo o negativo. Non è invece stata introdotta la possibilità di variare i legami in uno stesso tratto fessurato, come dovrebbe essere fatto nel caso di sezioni variabili per geometria o per percentuale di armatura.

Anche gli estremi dei tratti fessurati sono stati calcolati per via analitica, come intersezioni del diagramma parabolico del momento flettente con le rette dei momenti di prima fessurazione.

L'integrazione analitica pone dei limiti alla generalità del programma di calcolo, non risultando conveniente per situazioni di carico più complesse. Purtroppo è stata preferita rispetto all'integrazione numerica in quanto valori approssimati delle rotazioni, ottenibili per esempio con la regola dei trapezi, non permettono un calcolo accurato della matrice delle derivate, creando problemi di convergenza, soprattutto in presenza di più incognite.

Le derivate parziali delle rotazioni  $[\delta \Phi / \delta M]$ , invece, vengono calcolate numericamente come rapporto incrementale. Detto  $m$  l'incremento del momento iperstatico  $\{M\}$ , uguale per tutte le incognite, si ha:

$$\frac{\delta \Phi_i}{\delta M_j} = \frac{\Phi_i(M_1, \dots, M_j + m, \dots, M_n) - \Phi_i(M_1, \dots, M_j, \dots, M_n)}{m}$$

Un problema delicato riguarda la scelta del valore di  $m$ , che deve essere sufficientemente piccolo per poter approssimare bene le derivate, ma non troppo per evitare che gli errori di arrotondamento possano risultare troppo importanti; nel presente lavoro si è adottato un valore pari ad un decimo del momento della soluzione elastica.

Si fa presente che i rami instabili del legame momenti-curvature possono essere causa di non unicità della soluzione ([16]). Nel presente lavoro le applicazioni vengono fatte su strutture semplici, sottoposte a carichi crescenti monotonicamente, per le quali si ritiene che questo problema non abbia rilevanza.

## 5. Risultati

I risultati esposti nel seguito riguardano travi continue a due, tre, quattro campate.

In tutti i casi esaminati il carico è uniformemente distribuito e le travi hanno le sezioni caratterizzate dai legami momenti-curvature di figura 12. Le sezioni sono debolmente armate, con percentuale geometrica  $\mu = 0,402\%$  in campata e  $\mu = 0,536\%$  in appoggio.

### 5.1. Trave continua a due campate

In figura 13 vengono riportati i risultati relativi al caso della trave su tre appoggi. In particolare sono riportati in ascissa i valori del carico ed in ordinata i valori del momento iperstatico sull'appoggio. È pure indicato il valore  $M_u$  del momento limite ultimo.

Il primo tratto  $O-A$  coincide con la soluzione elastica; quando il momento sull'appoggio raggiunge il valore di prima fessurazione (punto  $A$ ), iniziano a formarsi le prime

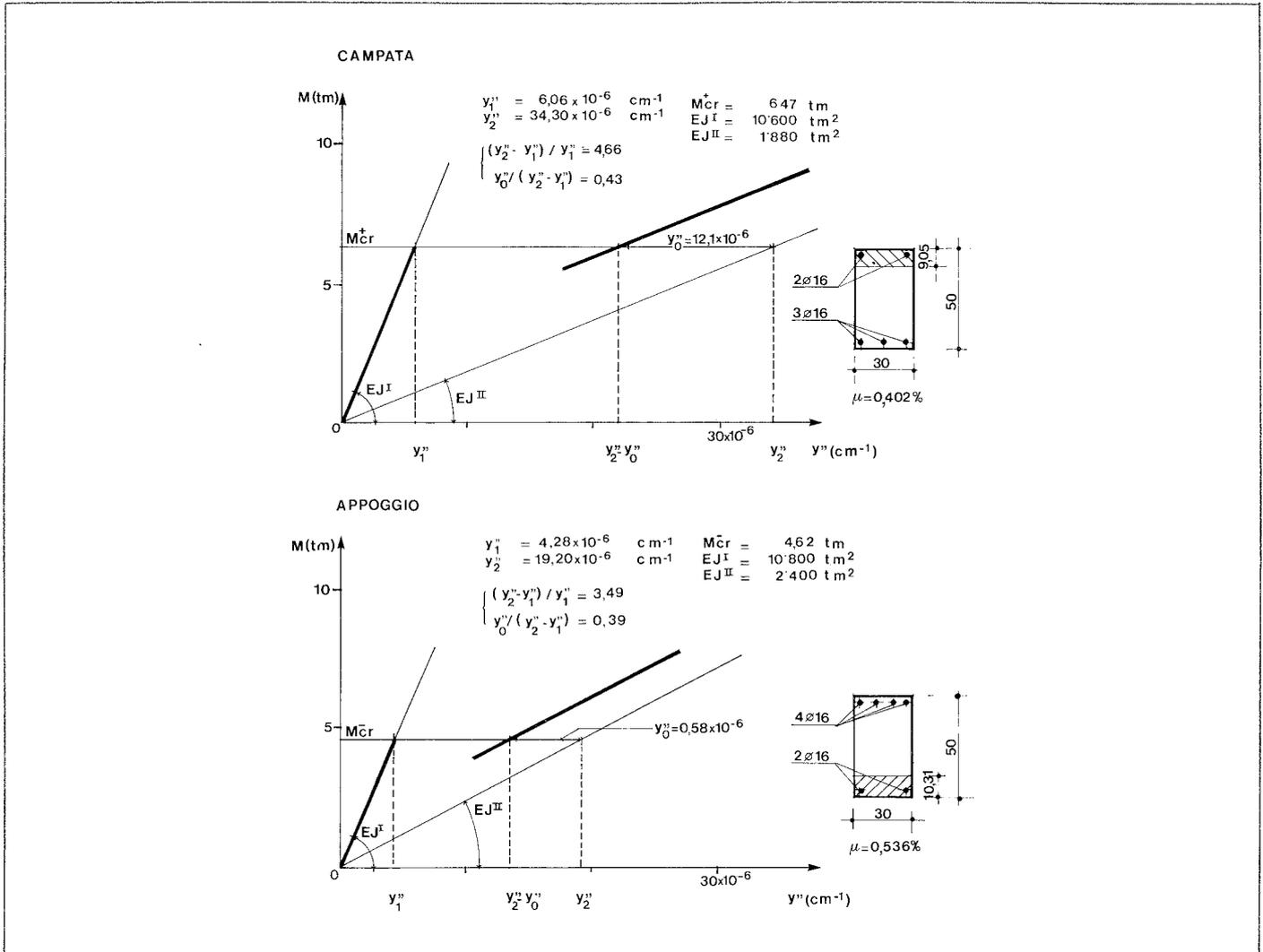


Fig. 12. Caratteristiche delle sezioni in campata ed in appoggio per tutte le travi continue esaminate.

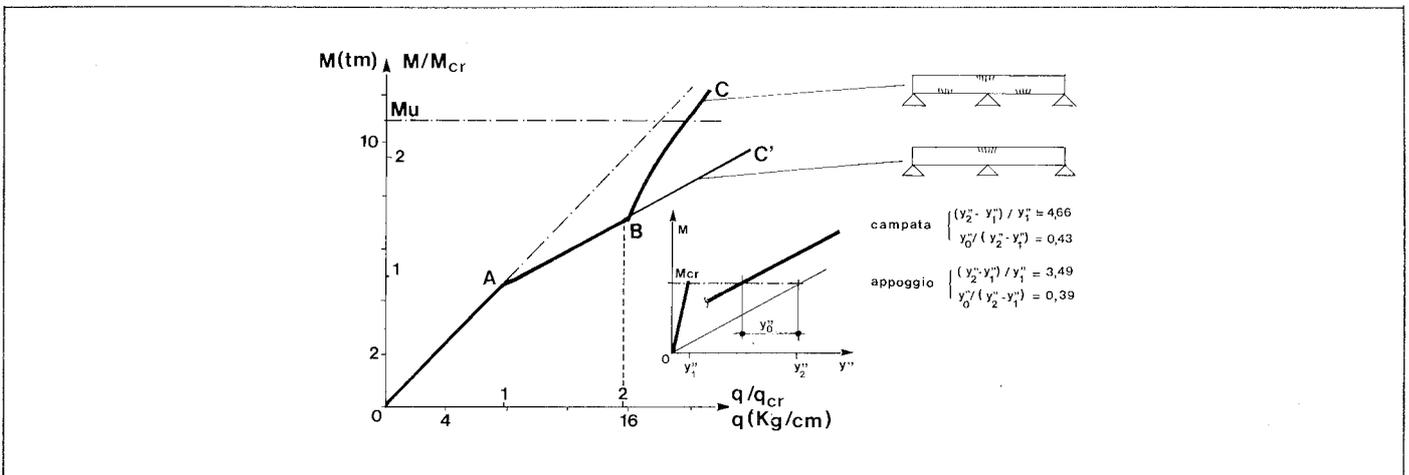


Fig. 13. Trave a due campate: diagramma momento iperstatico/carico.

fessure sull'appoggio centrale. Tale fessurazione provoca una riduzione locale di rigidità e di conseguenza il momento iperstatico diminuisce, rispetto al valore elastico, in percentuale via via crescente, fino a quando anche in campata viene raggiunto il valore del momento di prima fessurazione (punto *B*). In tale punto la riduzione del momento iperstatico, rispetto al valore elastico, è di circa il 25 %.

Se non si manifestasse la fessurazione in campata, la curva proseguirebbe con andamento quasi rettilineo (tratto *B-C'*). Invece la fessurazione in campata provoca un progressivo aumento del momento iperstatico, che gradualmente tende al valore elastico (tratto *B-C*)<sup>(1)</sup>, in accordo con i risultati sperimentali ([17]).

Si fa presente che questi risultati sono in accordo con quelli ottenuti nel lavoro [2], anche se il confronto è possibile

(1) Ciò dipende dal fatto che la trave tende a fessurarsi lungo tutta la sua lunghezza e quindi il momento d'inerzia tende a divenire costante lungo tutto l'asse.

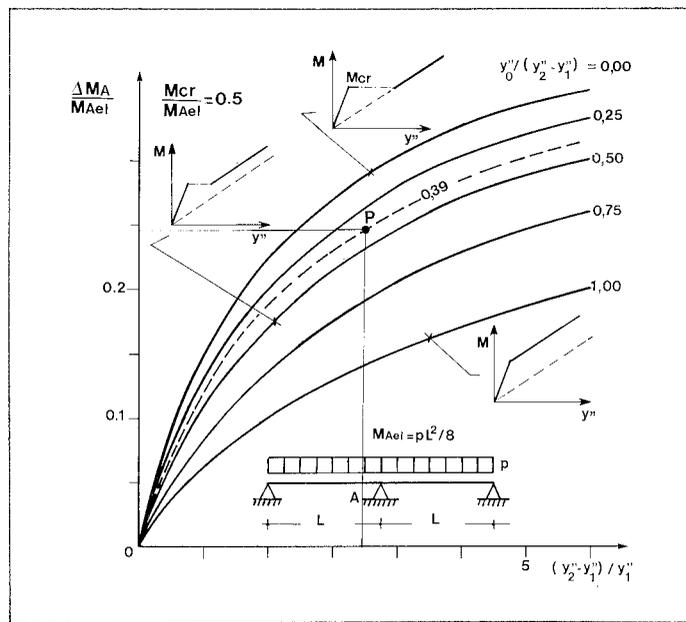


Fig. 14. Riduzione del momento iperstatico per differenti caratteristiche del legame momento-curvatura (Ref. [2]).

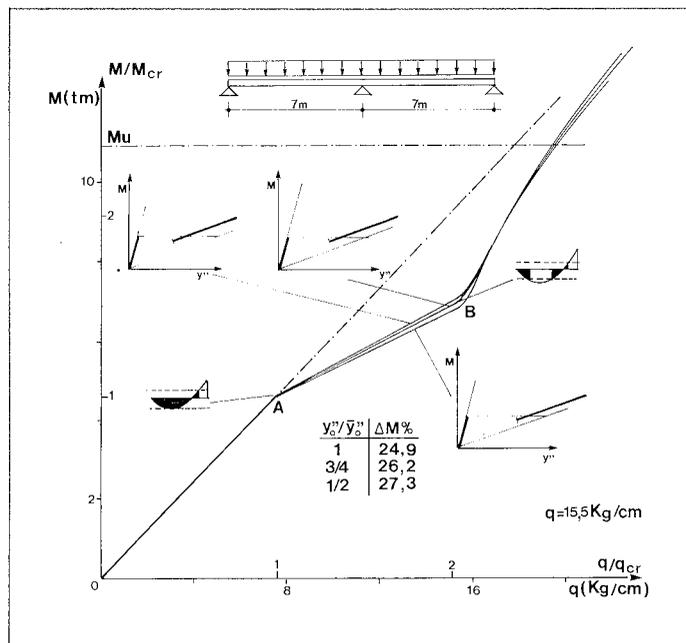


Fig. 15. Trave a due campate: influenza del tension stiffening.

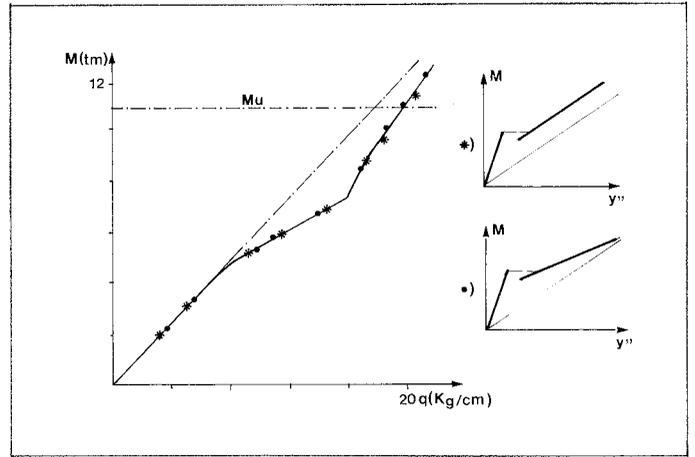


Fig. 16. Trave a due campate: influenza della pendenza del legame momento-curvatura del secondo stadio.

limitatamente alla fase iniziale della fessurazione sugli appoggi (tratto *O-A-B*). Il punto *P* indicato nella figura 14 (tratta dal lavoro [2]) rappresenta la soluzione corrispondente al carico  $q/q_{cr} = 2$  (o anche  $M_{cr}/M_{Ael} = 0,5$ ) e ai valori dei parametri adimensionali riportati in figura 13. Occorre osservare che tali parametri governano il fenomeno della redistribuzione [2] e che quindi la curva di figura 13 ha validità generale pur riferendosi ad una particolare sezione: vale per tutte le sezioni, anche di forma diversa, purché caratterizzate dagli stessi parametri adimensionali. I risultati di figura 13 forniscono indicazioni utili sul ruolo della fessurazione in campata, mostrando che essa avviene per valori del carico circa doppi di quelli di prima fessurazione.

I valori del tension stiffening indicati in figura 12 sono stati ricavati dalla relazione approssimata (3) del paragrafo 3, la quale fornisce valori del parametro adimensionale  $y_0''/(y_2'' - y_1')$  pari a 0,43 per il legame momento-curvatura in campata e a 0,39 per quello sull'appoggio.

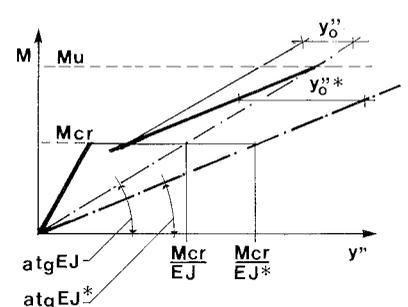
Per mostrare il ruolo del tension stiffening, nella figura 15 vengono confrontate le curve momento-carico per valori pari a 3/4 e a 1/2 di quelli sopra indicati. Si può vedere come le differenze tra le curve sono di scarsa entità, rendendo così giustificato l'approccio approssimato del tension stiffening. Si noti inoltre che nel primo tratto del secondo stadio (ramo *A-B*) la curva corrispondente al valore maggiore del tension stiffening presenta le minori riduzioni di momento; dopo la fessurazione in campata questo comportamento si inverte.

In figura 16 si studia l'influenza della pendenza del legame momento-curvatura durante il secondo stadio: il diagramma ottenuto con tension stiffening decrescente<sup>(2)</sup> è confrontato con quello a tension stiffening costante. Le differenze sono irrilevanti.

(2) Si è supposto che il tension stiffening abbia un valore iniziale pari a quello calcolato con la formula approssimata e che si annulli per un valore del momento pari al momento limite ultimo. Si ha così (vedi figura sottostante):

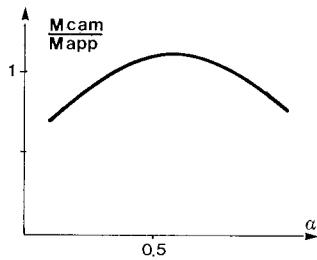
$$EJ^* = \frac{(M_u - M_{cr})EJ}{M_u - M_{cr} + y_0''' EJ}$$

$$y_0''' = \frac{M_{cr}}{EJ^*} - \frac{M_{cr}}{EJ} + y_0''$$



### 5.2. Trave continua a tre campate

Nel caso di travi simmetriche a tre campate, entra in gioco anche il rapporto  $\alpha$  tra la luce della campata centrale e quella delle campate esterne. Sono stati tracciati (a parità di tension stiffening) alcuni diagrammi (figg. 17, 18, 19, 20) che mostrano notevoli differenze al variare del parametro  $\alpha$ . Anche in questi casi il momento iperstatico, dopo un'iniziale riduzione dovuta alla fessurazione sugli appoggi, aumenta progressivamente, tendendo al valore della soluzione elastica, a causa della fessurazione in campata. Si può notare che la rapidità con cui si ha il ritorno ai valori elastici dipende dal rapporto  $\alpha$ : per  $\alpha = 0,5$  si ha il ritorno più rapido<sup>(3)</sup>.



(3) La figura mostra l'andamento del rapporto tra valori elastic del momento in campata e in appoggio in funzione del parametro  $\alpha$ . Tale rapporto è massimo per  $\alpha$  compreso fra 0,5 e 0,6 ed è in tale intervallo maggiore di 1. Il valore del momento in campata è quindi maggiore di quello sull'appoggio, tuttavia, essendo minore il momento di prima fessurazione sull'appoggio, la fessurazione si innesca prima su quest'ultimo, ma subito si estende lungo la trave.

### 5.3. Trave continua a quattro campate

In figura 21 è mostrato l'andamento delle due iperstatiche al variare del carico  $q$ . In corrispondenza del valore  $q_A$  inizia la fessurazione sugli appoggi 1 e 3, dove i momenti negativi sono massimi. All'aumentare del carico fino al valore  $q_B$  la crescita di  $M_1$  è ridotta, e conseguentemente si

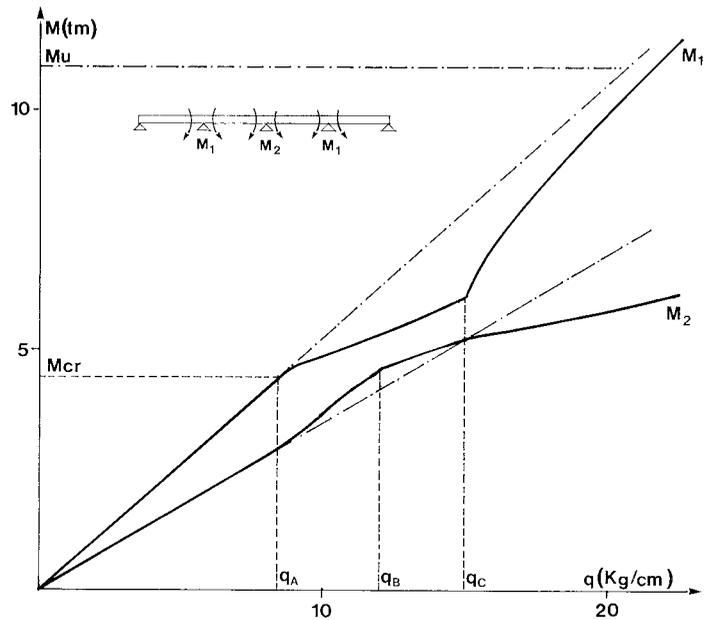
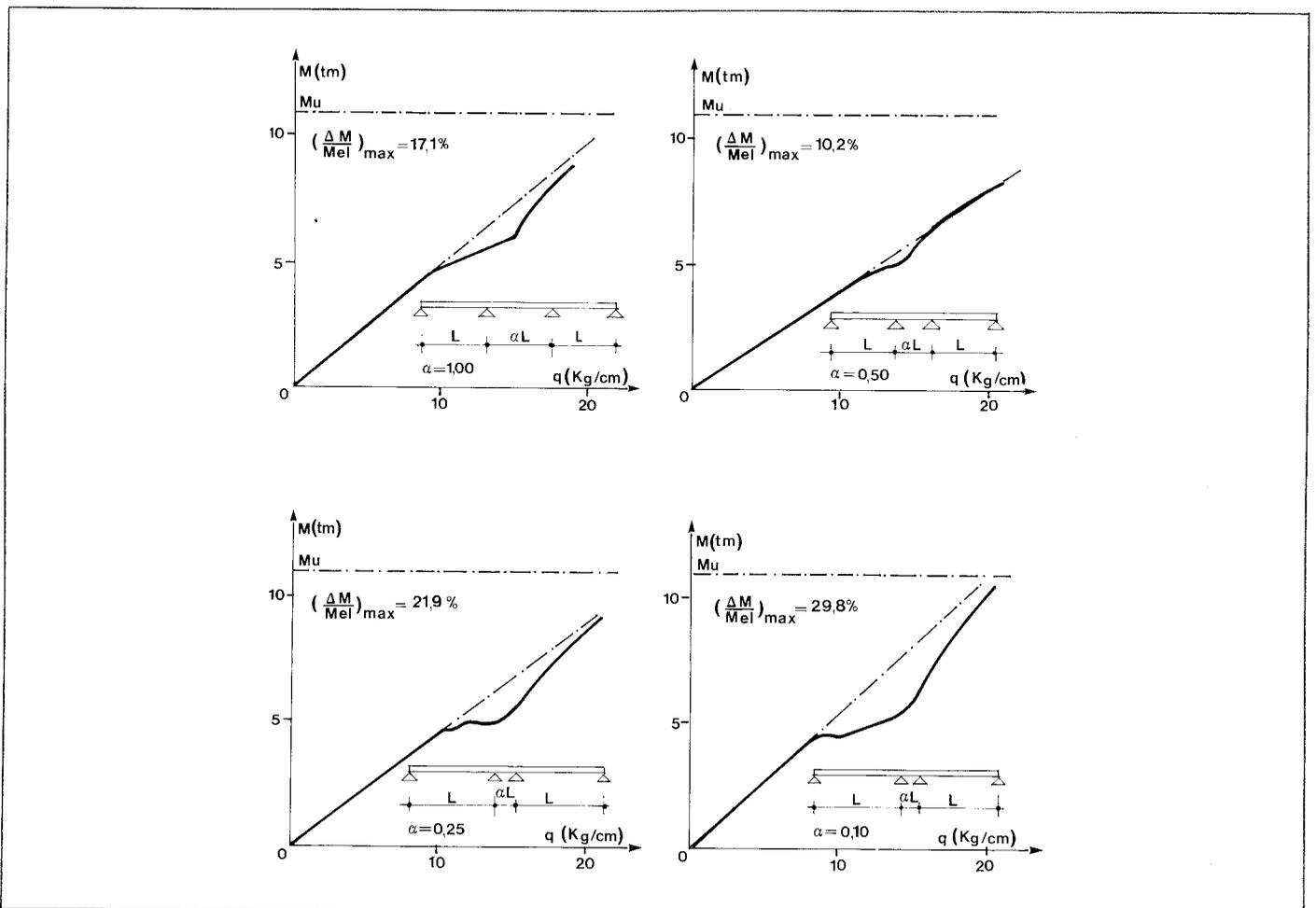


Fig. 21. Trave a quattro campate: diagrammi momenti iperstatici/carico.



Figg. 17-18-19-20. Trave a tre campate: diagrammi momento iperstatico/carico per vari valori del rapporto  $\alpha$  tra la luce della campata centrale e quella delle campate esterne.

ha un aumento del momento intermedio  $M_2$ . L'aumento progressivo di  $M_2$  provoca la fessurazione anche sull'appoggio 2; ciò avviene in corrispondenza del carico  $q_B$  quando il momento  $M_2$  raggiunge il valore di prima fessurazione. Per il valore  $q_c$  del carico inizia la fessurazione nelle campate estreme e quindi, poiché  $M_1$  tende a ritornare al valore elastico,  $M_2$  diminuisce. La fessurazione delle campate intermedie non si manifesta per valori  $M_1$  inferiori al momento ultimo.

#### 5.4. Confronto sperimentale

In figura 22 sono riportati un diagramma sperimentale carico-freccia tratto da [1] ed il corrispondente diagramma

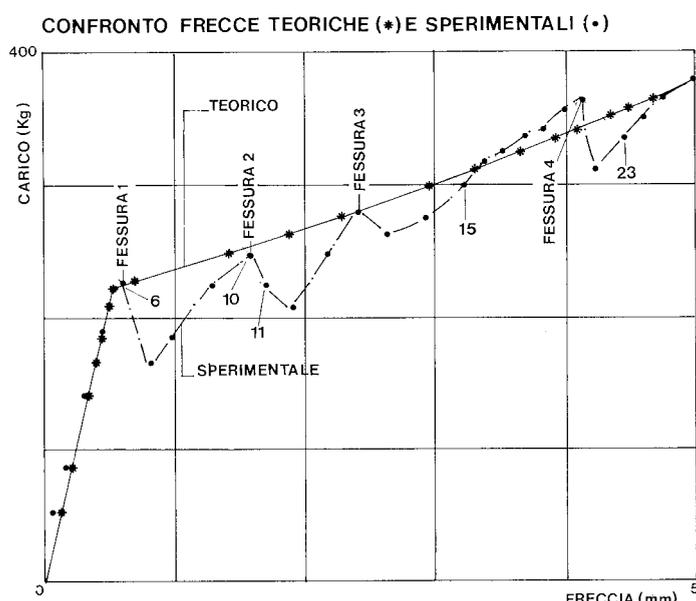


Fig. 22. Diagramma carico/freccia: confronto fra risultati sperimentali (Ref. [1]) e teorici.

teorico ottenuto applicando il metodo di calcolo qui esposto. La curva sperimentale si riferisce alla trave di figura 23, alla quale si sono imposti gli abbassamenti  $\eta$  misurando i valori corrispondenti della reazione  $P^{(*)}$ .

Il confronto fra le due curve di figura 22 mostra un buon accordo dei risultati teorici con quelli sperimentali. La curva teorica passa per i picchi del diagramma sperimentale, che corrispondono alla formazione delle fessure. I rami discendenti non sono colti per via numerica in quanto l'approccio adottato prevede che l'intervallo fessurato cresca con continuità. Nella realtà la formazione di ciascuna fessura produce un incremento di rotazione localizzata con conseguente improvviso incremento di deformazione e caduta di momento.

(\*) Poiché il codice di calcolo non prevede la possibilità di imporre deformazioni, si è adottato lo schema della figura sottostante nel quale viene applicato il carico  $P_B = R_B = P/l_1$ . In tal modo la freccia  $\eta$  della trave sperimentale si ottiene dal prodotto  $\eta = \eta_B/l_1$ .

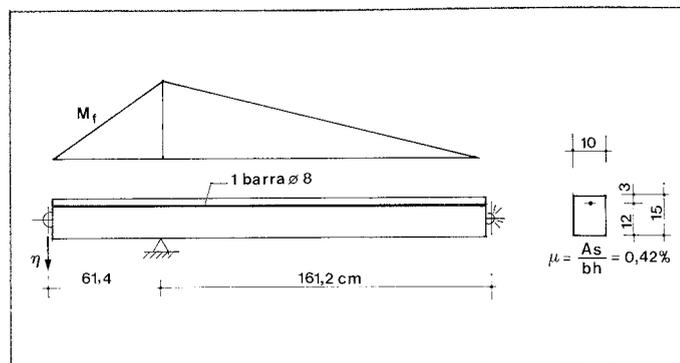
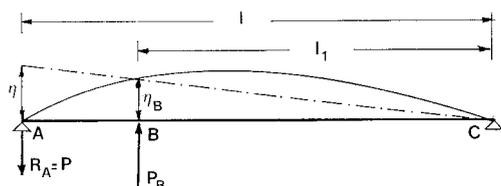


Fig. 23. Trave sperimentale (Ref. [1]).

## 6. Conclusioni

Dall'esame dei risultati è possibile trarre le seguenti conclusioni:

- Per le travi su tre appoggi la fessurazione in campata avviene per un valore del carico pari all'incirca al doppio di quello che provoca la prima fessurazione.
- Il calcolo approssimato del tension stiffening appare ben giustificato dato che variazioni non eccessive del suo valore non producono sensibili effetti sulla redistribuzione delle azioni flettenti.
- Le travi a tre campate, con luce intermedia più piccola, presentano modeste riduzioni del momento flettente. Nel caso di luce intermedia molto piccola le riduzioni del momento diventano invece rilevanti (Figg. 18 e 20).

## Bibliografia

- [1] Gelfi P., Giuriani E., *Legami momenti-curvature locali di travi in cemento armato in presenza di taglio - Indagine sperimentale col moiré*, Atti del X Convegno Nazionale A.I.A.S. (Ass. Ital. Analisi Sollecitazioni), Arcavacata di Rende, settembre 1982.
- [2] Giuriani E., *Studio della redistribuzione dei momenti provocata dalla fessurazione nelle travi continue di c.a.*, Studi e Ricerche del Corso di Perfezionamento per le Costruzioni in c.a., Politecnico di Milano, vol. 4, 1982.
- [3] Caironi M., *Su uno schema di calcolo di strutture in c.a. in regime elasto-plastico*, Collana del Dipartimento di Ingegneria Strutturale, n. 316, Politecnico di Milano, 1955.
- [4] Toniolo G., *Calcolo non lineare per la determinazione delle sollecitazioni nei telai iperstatici in cemento armato*, Atti dell'Istituto di Meccanica Teorica e Applicata dell'Università degli studi di Udine, IMTA/004, Udine, gennaio 1982.
- [5] Giuriani E., Sforza C., *Relazione fra momenti e curvature medie e locali di una trave in c.a. sottoposta a distorsioni crescenti e ripetute - Ricerca sperimentale col metodo del moiré per sovrapposizione*, Studi e Ricerche del Corso di Perfezionamento per le Costruzioni in c.a., Politecnico di Milano, vol. 3, 1981.
- [6] Clark L. A., *Tension stiffening in reinforced concrete beams and slabs under short-term load*, Cement and Concrete Association, Technical Report 42.521, 1978.
- [7] Rao P. S., Subrahmanyam B. V., *Trisegmental moment-curvature relations for reinforced concrete members*, Proceedings of the American Concrete Institute, vol. 70, n. 5, pp. 346-351.
- [8] C.E.B./F.I.P., *Codice modello per le strutture in cemento armato*.
- [9] Giuriani E., *Le curvature di travi in cemento armato*

tenso e presso-inflesse nel primo e secondo stadio, Studi e Ricerche del Corso di Perfezionamento per le Costruzioni in c.a., Politecnico di Milano, vol. 1, 1979.

[10] Giuriani E., *Theoretical analysis of the early second stage in R. C. beams*, C.E.B. Bulletin n. 153, 1982.

[11] Arga e Lima J., Monteiro V., *Practical rules for the computation of deflections*, C.E.B. Bulletin n. 90, 1973.

[12] Leonhardt F., *Vorlesungen uber Massivbau: Viertel Teil*, Springer Verlag, Berlin 1978.

[13] Schnobrich W. C., *The solution of the nonlinear equations*, Scordelis A. C., *Finit element modeling of reinforced concrete structures*, Corso di Perfezionamento per le Costruzioni in c.a. - Analisi delle strutture in c.a. mediante il metodo degli elementi finiti, Politecnico di Milano, giugno 1981.

[14] Broyden C. C., *A class of methods for solving nonlinear simultaneous equations*, Math. Comp., 9, 1965.

[15] Giuriani E., *On the effective axial stiffness of a bar in cracked concrete*, Bond in Concrete, Applied Science Publishers, London 1982, pp. 107-126.

[16] Franchi A., Grierson D. E., Cohn M. Z., *A Computer system for the elastic-plastic analysis of large-scale structures*, Journ. Struct. Mech., 9(3), 295-324, 1981.

[17] Broz A., Donida G., *Analisi sperimentale sul comportamento non lineare di una trave iperstatica in c.a. sotto l'azione dei carichi di esercizio*, La Prefabbricazione n. 6-7, 1978.

## Ringraziamenti

Gli autori rivolgono un particolare ringraziamento al Prof. Mario Caironi per gli utili suggerimenti forniti durante lo svolgimento del lavoro. Si ringrazia infine l'Impresa Gelfi Costruzioni s.p.a. di Brescia che ha messo a disposizione l'uso del calcolatore.

## APPENDICE - Listato del codice di calcolo

Si riporta il listato del codice di calcolo scritto in « PRO/BASIC », versione del Basic della Digital Equipment Corporation per i computers della serie « Professional ». Il linguaggio è compatibile con le altre versioni funzionanti sui sistemi Digital PDP-11 e VAX.

```

SET DOUBLE
1 REM *****
2 REM Soluzione trave continua in
3 REM presenza di FESSURAZIONE
4 REM *****
5 REM
10 PRINT#=EDIT$(CHR$(155)+'5'+1',2)
20 STOP#=EDIT$(CHR$(155)+'4'+1',2)
30 CLEAR
40 PRINT " TRAVE CONTINUA - SOLUZIONE NON LINEARE" PRINT
50 REM
60 GOSUB 10000\ REM *** Subroutine di INPUT DATI GEOMETRICI e CARICHI ***
70 REM
80 PRINT "Vuoi la stampa del File dati [si=1] "; INPUT IS%
90 IF IS%=1 THEN GOSUB 14000
100 PRINT
110 PRINT "-Vuoi la soluzione elastica [si=1] "; INPUT ISTRU%
120 IF ISTRU%=1 THEN GOSUB 8000\ REM ** CALCOLO ELASTICO **
130 REM
140 PRINT "-Numero iterazioni KK "; INPUT KK\ PRINT
150 PRINT "-Valore incremento infinitesimo [def.=q*1/80];"; INPUT IDX%
160 IF IDX%=0 THEN DX=Q(1)*L(1)^2/80 ELSE DX=IDX%
170 PRINT
180 IF ISTRU%=1 GOTO 230
190 FOR I=1 TO N
200 PRINT "-Valore di partenza iperstatiche XK(';I;') "; INPUT XK(I)
210 NEXT I
220 PRINT
230 PRINT "-Vuoi la STAMPA [si=1] "; INPUT IST%
240 PRINT
250 IF IST%>1 THEN GOTO 310
260 PRINT PRINT# \ PRINT TAB(10), 'CRACKING...'\ PRINT
270 FOR I=1 TO N
280 PRINT "-Valore di partenza iperstatiche XK(';I;')=';XK(I)
290 NEXT I
300 PRINT
310 GOSUB 500
320 PRINT STOP#
330 PRINT "-Vuoi ripetere il programma [si=y] "; INPUT IS%
340 IF IS%="y" THEN CLEAR \ PRINT \ GOTO 190
350 END
400 REM *****
410 REM *****
500 REM RISOLVE il PROBLEMA non lineare
505 REM
510 FOR K=1 TO KK\ REM **CALCOLA i valori iniziali delle funzioni **
520 FOR I=1 TO N
530 GOSUB 1000\ REM ** CALCOLA le ROTAZIONI al nodo 'I' **
540 B(I)=-FUNZ
550 NEXT I
560 GOSUB 5000\ REM ** CALCOLA le DERIVATE PARZIALI DELLE FUNZIONI **
570 GOSUB 6000\ REM ** RISOLVE il SISTEMA lineare **
580 REM RISOLVE IL SISTEMA LINEARE AVENTE COME COEFF.
590 REM LE DERIVATE PARZIALI DELLE FUNZIONI.
600 PRINT
610 IF ISTRU%=1 THEN PRINT TAB(10), "SOLUZIONE ELASTICA" \ PRINT \ GOTO 640
620 PRINT \ PRINT "-----Passo n°";K;-----"
630 PRINT
640 FOR J=1 TO N
650 XK(J)=XK(J)+X(J)
660 PRINT "M(';J;') = ",XK(J)
670 NEXT J
680 NEXT K
690 PRINT
700 PRINT "=====
710 PRINT
720 RETURN
730 REM *****
1000 REM "SUBROUTINE CHE CALCOLA I VALORI
1010 REM DELLE ROTAZIONI PER IL NODO I".
1020 REM Entra con il valore di XK(i-1)
1030 REM XK(i),XK(i+1).
1035 REM
1040 REM ***** Definizione parametri per SUBROUTINE ROTAZIONI *****
1050 LI=L(I)\EJM=E*JOTA2M(I)\EJP=E*JOTA2P(I)\EJOTA=E*JOTA(I)
1060 TSFM=TENSM(I)\TSFP=TENSP(I)
1070 QD=Q(I)
1080 MCRPI=MCRP(I)\MCRM1=MCRM(I)
1090 MS=-XK(I-1)
1100 MD=-XK(I)
1110 JSAV=J
1120 GOSUB 2000
1130 J=JSAV
1140 FUNZ=-FD
1150 MS=-XK(I)
1160 MD=-XK(I+1)
1170 I=I+1
1180 LI=L(I)\EJM=E*JOTA2M(I)\EJP=E*JOTA2P(I)\EJOTA=E*JOTA(I)
1190 TSFM=TENSM(I)\TSFP=TENSP(I)\MCRPI=MCRP(I)\MCRM1=MCRM(I)
1200 JSAV=J
1210 GOSUB 2000
1220 J=JSAV
1230 I=I-1
1240 FUNZ=FUNZ+FS
1250 RETURN
1260 REM *****
2000 REM Calcolo di rotazioni sotto carico distribuito
2010 REM momenti di estremo ta'.
2020 REM MS=Mom. Sinistra MD=Mom. Destra=Positivi tendoni fibre infer.
2030 REM QD=Carico distribuito-TSFP,TSFM=Tension stiffening (+)e(-)
2040 L=L1
2050 GOSUB 3000
2060 DEF FNFD(X,Q,L,R,M)=(-Q*X^4/8+R*X^3/3-MAX^2/2-TS*EJ*XXX/2)/L/EJ
2070 RD=QD*L1/2-(MS-MD)/L1
2080 RS=QD*L1/2+(MS-MD)/L1
2090 EJ=EJM\NTS=-TSFM
2100 FS=FNFD((LI-XM1),QD,LI,RD,MD)-FNFD((LI-XM2),QD,LI,RD,MD)
2110 FS=FS+FNFD((LI-XM3),QD,LI,RD,MD)-FNFD((LI-XM4),QD,LI,RD,MD)
2120 EJ=EJ\PTS=TSFP
2130 FS=FS+FNFD((LI-XP1),QD,LI,RD,MD)-FNFD((LI-XP2),QD,LI,RD,MD)
2140 FS=FS+FNFD((LI-XP3),QD,LI,RD,MD)-FNFD((LI-XP4),QD,LI,RD,MD)
2150 EJ=EJ\TAS=0
2160 FS=FS+FNFD((LI-XE1),QD,LI,RD,MD)-FNFD((LI-XE2),QD,LI,RD,MD)
2170 FS=FS+FNFD((LI-XE3),QD,LI,RD,MD)-FNFD((LI-XE4),QD,LI,RD,MD)
2180 EJ=EJ\NTS=-TSFM
2190 FD=FNFD(XM2,QD,LI,RS,MS)-FNFD(XM1,QD,LI,RS,MS)
2200 FD=FD+FNFD(XM4,QD,LI,RS,MS)-FNFD(XM3,QD,LI,RS,MS)
2210 EJ=EJ\PTS=TSFP
2220 FD=FD+FNFD(XP4,QD,LI,RS,MS)-FNFD(XP1,QD,LI,RS,MS)
2230 FD=FD+FNFD(XP4,QD,LI,RS,MS)-FNFD(XP3,QD,LI,RS,MS)
2240 EJ=EJ\TAS=0

```

```

2250 FD=FD+FNFD(XE2,QD,LI,RS,MS)-FNFD(XE1,QD,LI,RS,MS)
2260 FD=FD+FNFD(XE4,QD,LI,RS,MS)-FNFD(XE3,QD,LI,RS,MS)
2270 FD=-FD
2280 RETURN
2290 REM *****
3000 REM          Calcolo degli estremi dd integrazione
3010 REM          X1,X2,X3,X4
3020 DEF FN1=(-(B-(B^2-4*A*C)^.5)/(2*A+(A=0))*A<>0)-C/(B+(B=0))*(A=0)*(B<>0)
3030 DEF FN2=(-(B+(B^2-4*A*C)^.5)/(2*A+(A=0))*A<>0)-C/(B+(B=0))*(A=0)*(B<>0)
3040 DEF FNDEL=B*B-4*A*C
3050 REM Se QD è molto piccolo il valore minimo si ricava dalla relazione:
3060 REM QZERO=LI*(2/B-ZERO*(ABS(MS)+ABS(MD)))/2 purchè >ZERO
3070 ZERO=0.00001
3080 QZERO=ZERO*(ABS(MS)+ABS(MD))*4/LI^2
3090 IF QZERO<ZERO THEN QZERO=ZERO
3100 QDT=QD
3110 IF ABS(QDT)>QZERO THEN QDT=QZERO
3120 IF QDT<0 GOTO 3160
3130 MST=MS\MDT=MD\MCRT=MCRM1\MCRPT=MCRPI
3140 GOSUB 4000
3150 GOTO 3220
3160 REM Caso QD<0
3170 QDT=-QDT\MST=-MS\MDT=-MD\MCRT=MCRM1\MCRPT=MCRM1
3180 GOSUB 4000
3190 XM1=XM1\MX2=XM2\MX3=XM3\MX4=XM4
3200 XM1=XP1\MX2=XP2\MX3=XP3\MX4=XP4
3210 XP1=XM1\MX2=XM2\MX3=XM3\MX4=XP4
3220 RETURN
3230 REM *****
4000 REM Subroutine usata sia per QD>0 che per QD<0
4010 REM Calcola estremi integrazione per MCRM
4020 A=QDT/2\B=-QDT*LI/2\MST/LI-MDT/LI\C=MST-MCRT
4030 IF FNDEL<0 THEN XM1=0\MX2=LI\MX3=LI\MX4=LI GOTO 4090
4040 XM1=0\MX2=FN1\MX3=FN2\MX4=LI
4050 IF XM2<0 THEN XM2=0
4060 IF XM2>LI THEN XM2=LI
4070 IF XM3>LI THEN XM3=LI
4080 IF XM3<0 THEN XM3=0
4090 REM Calcola estremi integrazione per MCRP
4100 C=MST\MCRPT
4110 IF FNDEL<0 THEN XP1=XM3\XP2=XM3\XP3=XM3\XP4=XM3 GOTO 4170
4120 XP1=FN1\XP2=FN2\XP3=XM3\XP4=XM3
4130 IF XP1<0 THEN XP1=0
4140 IF XP1>LI THEN XP1=LI
4150 IF XP2<0 THEN XP2=0
4160 IF XP2>LI THEN XP2=LI
4170 REM Definisce gli intervalli elastici
4180 XE1=XM2\XE2=XP1\XE3=XP2\XE4=XM3
4190 RETURN
4200 REM *****
5000 REM          ** CALCOLO I VALORI DELLE DERIVATE **
5010 REM          ** PARZIALI DELLE FUNZIONI. **
5020 FOR I=1 TO N
5030 FOR J=1 TO I+1
5040 IF J=0 THEN 5120
5050 IF J=N THEN 5120
5060 TMP=XK(J)
5070 XK(J)=XK(J)+DX
5080 GOSUB 1000
5090 REM Ritorna col valore B(I)=FUNZ per XK(J) incrementato
5100 XK(J)=TMP
5110 A(I,J)=(FUNZ+B(I))/DX
5120 NEXT J
5130 NEXT I
5140 RETURN
5150 REM *****
6000 REM          ** SISTEMA LINEARE DI N EQUAZIONI IN N INCOGNITE **
6010 REM          A(I,J) X(I) = B(I)
6020 ILL=0
6030 REM          CASO DI N=1
6040 IF N>1 THEN 6150
6050 IF A(1,1)=0 THEN 6090
6060 IF N<=0 THEN 6120
6070 X(1)=B(1)/A(1,1)
6080 RETURN
6090 ILL=1
6100 PRINT "          * M A T R I C E   S I N G O L A R E * "
6110 RETURN
6120 ILL=1
6130 PRINT " Numero di equazioni <=0 "
6140 RETURN
6150 REM          CASO GENERALE
6160 NLESS1=N-1
6170 FOR I=1 TO NLESS1
6180 BIG=ABS(A(I,1))
6190 L=I
6200 IPLUS1=I+1
6210 FOR J=IPLUS1 TO N
6220 IF (ABS(A(J,1))-BIG)<=0 THEN 6250
6230 BIG=ABS(A(J,1))
6240 L=J
6250 NEXT J
6260 REM          Interscambio se necessario
6270 IF BIG<>0 THEN 6310
6280 ILL=1
6290 PRINT "          * M A T R I C E   S I N G O L A R E * "
6300 RETURN
6310 IF L=1 THEN 6410
6320 FOR J=L TO N
6330 TMP=A(L,J)
6340 A(L,J)=A(I,J)
6350 A(I,J)=TMP
6360 NEXT J
6370 TMP=B(L)
6380 B(L)=B(I)
6390 B(I)=TMP
6400 REM          Si riducono i coefficienti a zero
6410 FOR J=IPLUS1 TO N
6420 QUOT=A(J,I)/A(I,I)
6430 FOR C=IPLUS1 TO N
6440 A(J,C)=A(J,C)-QUOT*A(I,C)
6450 NEXT C
6460 B(J)=B(J)-QUOT*B(I)
6470 NEXT J
6480 NEXT I
6490 IF A(N,N)<>0 THEN 6540
6500 ILL=1
6510 PRINT "          * M A T R I C E   S I N G O L A R E * "
6520 RETURN
6530 STOP
6540 X(N)=B(N)/A(N,N)
6550 I=N-1
6560 SUM=0
6570 IPLUS1=I+1
6580 FOR J=IPLUS1 TO N

```

```

6590 SUM=SUM+A(I,J)*X(J)
6600 NEXT J
6610 X(I)=(B(I)-SUM)/A(I,I)
6620 I=I-1
6630 IF I>0 THEN 6560
6640 RETURN
7900 REM *****
7910 REM ***** SOLUZIONE ELASTICA *****
8000 REM *****
8010 KK=1
8020 PRINT \ PRINT \ PRINT
8030 PRINT " =Incremento infinitesimo [def=(q*1)/80=return];\ INPUT ISTDXX
8040 IF ISTDXX=0 THEN DX=q(1)*LI^2/80 ELSE DX=ISTDXX
8050 FOR I=1 TO NC
8060 MCRP(I)=MCRP(I)+10\MCRM(I)=MCRM(I)*10
8070 NEXT I
8080 PRINT
8090 PRINT " -Vuoi la STAMPA          [si=1]:,\ INPUT ISTX
8100 IF ISTX=1 THEN PRINT PRINT#
8110 ISTRUZ=1
8120 GOSUB 5000 REM ** Risolve il problema con Mcr = infinito **
8130 ISTRUZ=0
8140 FOR I=1 TO NC
8150 MCRP(I)=MCRP(I)/10\MCRM(I)=MCRM(I)/10
8160 NEXT I
8170 PRINT STOP#
8180 PRINT TAB(10),"CRACKING..."
8190 PRINT
8200 RETURN
8210 REM *****
10000 REM *****
10010 REM          ** SUBROUTINE di INPUT **
10015 REM
10020 GOSUB 11000 REM Inizializzazione dell' INPUT
10030 ICAMPX%=10
10040 DIM #1,AINP(ICAMPX%,11)\ DIM DOM*(11)
10050 REM PRINT "Nome del file di dati :,\ INPUT FIL#
10060 REM OPEN FIL# FOR OUTPUT AS FILE #1
10070 REM PRINT "TITOLO =,\ rem INPUT A# rem PRINT #1,A#
10080 IINP%=10\ICAMP%=0
10090 DOM*(10)="Numero delle campate NC"\ GOSUB 12000\ GOSUB 13000
10100 NC=AINP(0,10)
10110 GOSUB 15000
10120 DOM*(1)="Luca della campata          L"
10130 DOM*(2)="Carico distribuito          Q"
10140 DOM*(3)="Momento di craking          MCRM"
10150 DOM*(4)="Momento di craking          MCRP"
10160 DOM*(5)="Momento d'inerzia 1° stadio J"
10170 DOM*(6)="Momento d'inerzia 2° stadio J2M"
10180 DOM*(7)="Momento d'inerzia 2° stadio J2P"
10190 DOM*(8)="Tension stiffening          TENS1M"
10200 DOM*(9)="Tension stiffening          TENS2P"
10210 FOR I=1 TO NC
10220 PRINT
10230 BS="CAMPATA N° "
10240 PRINT B#I
10250 ICAMP%=1
10260 IINP%=1
10270 FOR J=1 TO 9\ GOSUB 12000\ NEXT J
10280 L(I)=AINP(ICAMP%,1)\Q(I)=AINP(ICAMP%,2)\MCRM(I)=AINP(ICAMP%,3)
10290 MCRP(I)=AINP(ICAMP%,4)\JOTA(1)=AINP(ICAMP%,5)\JOTA2M(I)=AINP(ICAMP%,6)
10300 JOTA2P(I)=AINP(ICAMP%,7)\TENS1(I)=AINP(ICAMP%,8)\TENS2(I)=AINP(ICAMP%,9)
10310 GOSUB 13000
10320 NEXT I
10330 N=NC-1
10340 DOM*(11)="Valore del Modulo Elastico          E"
10350 IINP%=1\ICAMP%=0
10360 PRINT \ GOSUB 12000\ GOSUB 13000
10370 E=AINP(0,11)
10380 PRINT
10390 RETURN
10400 REM *****
11000 REM          ** Subroutine di inizializzazione dell' INPUT **
11005 REM
11010 PRINT "Nome del File [def.=TRCNOLIN.DAT];\ INPUT FIL#
11020 IF LEN(FIL#)=0 THEN FIL#="TRCNOLIN"
11030 OPEN FIL# AS FILE #1, VIRTUAL
11040 PRINT \ PRINT "Corregge i dati          [si=1];,\ INPUT ISTINP%\ PRINT
11050 RETURN
12000 REM *****
12010 REM          Subroutine di INPUT
12015 REM
12020 IF ISTDXX=0 GOTO 12090
12030 PRINT "INP%:" ;DOM*(IINP%);TAB(50);"=";AINP(ICAMP%,IINP%);
12040 INPUT INP%
12050 IINP%=IINP%+1
12060 IF LEN(INP%)=0 THEN RETURN
12070 AINP(ICAMP%,IINP%-1)=VAL(INP%)
12080 RETURN
12090 REM Visualizza senza correzione
12100 PRINT "INP%:" ;DOM*(IINP%);TAB(50);"=";AINP(ICAMP%,IINP%);
12110 IINP%=IINP%+1
12120 RETURN
12900 REM *****
13000 REM          Subroutine di correzione
13005 REM
13020 IF ISTDXX=0 THEN RETURN
13030 IINP%=ISTDXX\ISTDXX=1\ GOSUB 12000\ GOTO 13010
13040 REM *****
14000 REM *****
14010 REM          ** Subroutine di STAMPA **
14020 CLEAR
14030 PRINT "Nome del File di OUTPUT          [def=LP:];,\ INPUT OUT#
14040 IF LEN(OUT#)=0 THEN OUT#="lp:"
14050 OPEN OUT# FOR OUTPUT AS FILE #2
14060 PRINT #2,TAB(20),DOM*(10)';"=';NC
14070 PRINT #2,TAB(20),";-----\ PRINT #2
14080 FOR J=1 TO NC
14090 PRINT #2,B#J;\ PRINT #2
14100 FOR I=1 TO 9
14110 PRINT #2,I;';DOM*(I);TAB(20);';';AINP(J,I)
14120 NEXT I
14130 PRINT #2
14140 NEXT J
14150 PRINT #2\ PRINT #2,DOM*(11);';';E
14160 RETURN
14170 REM *****
15000 REM *****
15010 REM          ** DIMENSIONA GLI ARRAYS **
15015 REM
15020 DECLARE DOUBLE L(NC),Q(NC)
15030 DECLARE DOUBLE MCRP(NC),MCRM(NC),TENS1(NC),TENS2(NC)
15040 DECLARE DOUBLE JOTA2P(NC),JOTA2M(NC),JOTA(NC)
15050 DECLARE DOUBLE XK(NC),B(NC),X(NC),A(NC,NC)
15060 RETURN

```