

TRAVE SU SUOLO ELASTICO USO DI STRAUS7

L'esempio è tratto da "Scienza delle Costruzioni", Odone Belluzzi, Scienza delle Costruzioni, Vol. I, Ed. Zanichelli, Esempio 315.

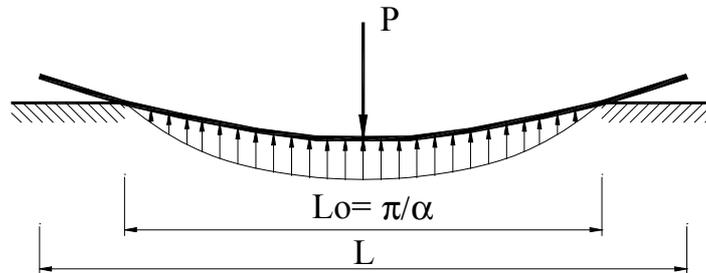


Fig. 1

Una trave di legno di sezione quadrata di 0.20×0.20 m, lunghezza $L = 4$ m, soggetta al carico concentrato in mezzaria $F = 12$ kN, è appoggiata su un suolo con coefficiente di sottofondo (modulo di Winkler) $K = 5 \text{ daN/cm}^3 = 50000 \text{ kN/m}^3$. Il modulo elastico del legno è $E = 10000 \text{ N/mm}^2 = 10000 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2$. Si calcoli l'abbassamento e il momento flettente della sezione di mezzaria.

Si presenta la soluzione teorica esatta usando la notazione del Belluzzi.

Momento d'inerzia e rigidezza flessionale della trave:

$$J = 1.333 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$EJ = 1.333 \cdot 10^3 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$$

Reazione del terreno per unità di lunghezza di trave:

$$\beta = Kb = 50000 \cdot 0.20 = 10000 \text{ kN/m}^2$$

Parametro α (i risultati numerici del Belluzzi sono sbagliati):

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{\beta}{4EJ}} = \sqrt[4]{\frac{10000}{4 \cdot 1.333 \cdot 10^3}} = 1.170 \text{ m}^{-1} \quad \rightarrow \quad L_0 = \frac{\lambda}{2} = \frac{\pi}{\alpha} = 2.68 \text{ m}$$

Se il terreno non reagisce a trazione, solo la lunghezza L_0 è soggetta alla reazione del terreno (v. fig. 1). Si calcola la soluzione teorica esatta nei due casi.

Terreno reagente a trazione

$$C_1 = \frac{\operatorname{sen}\alpha L + \cos\alpha L - e^{-\alpha L}}{\operatorname{sen}\alpha L + \operatorname{senh}\alpha L} = -0.01966$$

$$C_2 = \frac{2 - \operatorname{sen}\alpha L + \cos\alpha L + e^{-\alpha L}}{\operatorname{sen}\alpha L + \operatorname{senh}\alpha L} = 0.05626$$

$$\text{freccia } f = \frac{P\alpha}{2\beta}(1 + C_2) = 0.7416 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\text{momento } M_{\max} = \frac{P}{4\alpha}(1 - C_1) = 2.614 \text{ kNm}$$

Terreno reagente solo a compressione

Sostituendo L con $L_0 = 2.68$ si ottiene:

$$C_1 = -0,09033; \quad C_2 = -0,09033$$

$$f = 0.7655 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$M_{\max} = 2.792 \text{ kNm}$$

Risultati programma Straus7

Il programma prevede gli elementi su suolo elastico: Attributes – Beam – Support.

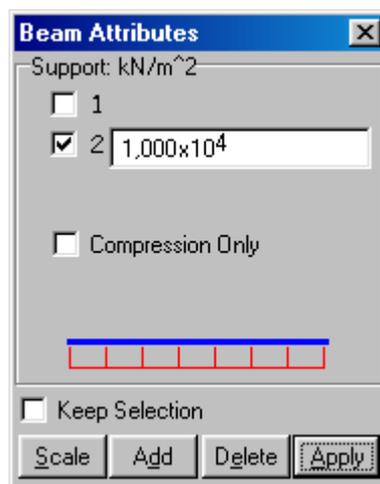


Fig. 2 – Attributo Suolo elastico

Se non si seleziona l'opzione "Compression Only", il terreno reagisce anche a trazione e si può eseguire un calcolo elastico (linear static).

La trave viene schematizzata con due elementi beam. I vincoli di default sono quelli del caso "2D Beam" (Fig. 3). Si blocca inoltre un nodo allo spostamento secondo x. Si noti la rappresentazione del suolo elastico in giallo (Fig. 4).

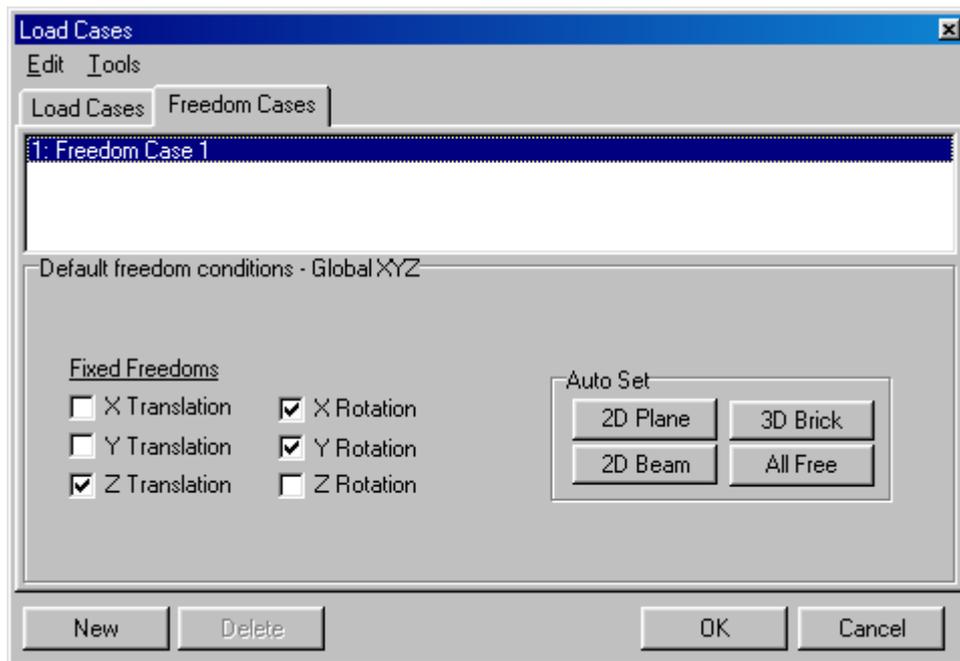


Fig. 3 – Vincoli di default

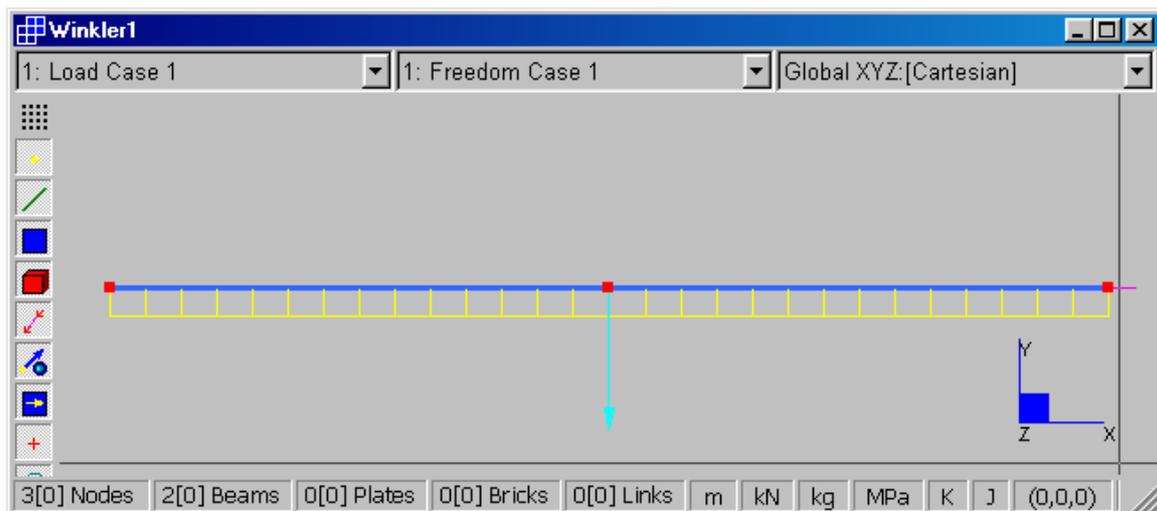


Fig. 4 – Mesh (File Winkler1)

Durante la soluzione compare il seguente messaggio:

*WARNING[65]:Restraints may not be sufficient to restrict rigid body motion,
if element supports are not present or ignored.
In this case, the number of rigid body modes is 2.

The modes are:

Translation movement in the : Y direction.

Rotation about the : Z axis.

che può essere ignorato nella soluzione linear static.

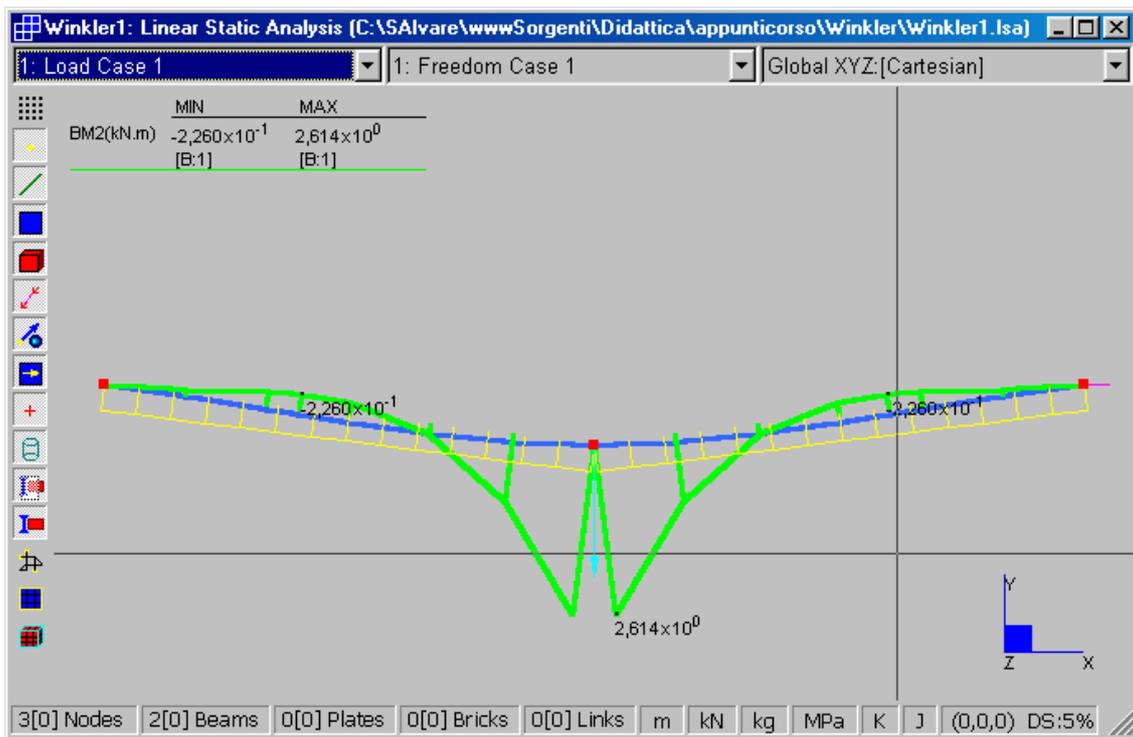


Fig. 5 – Deformata e momento flettente

In figura 5 è riportato il diagramma del momento flettente (sulla deformata). I risultati corrispondono esattamente alla teoria. Si vede chiaramente che il terreno reagisce anche a trazione (zone di momento negativo).

Se si vuole che il terreno reagisca **solo a compressione**, si deve selezionare l'opzione "Compression Only" e lanciare il solutore **Non Linear Static**.

Si deve però prevedere una zona ampia di trave con support elastico (altrimenti il solutore non converge) e discretizzare in modo abbastanza fitto la parte di trave con support Compression Only.

In figura 6 è rappresentata la soluzione.

Nella parte superiore la trave è appoggiata su terreno elastico ma solo per la lunghezza $L_0=2.68$ m e si hanno i risultati teorici esatti.

Nella parte inferiore i lati esterni sono su terreno reagente solo a compressione e i risultati sono piuttosto scadenti e contraddittori ($M=2.92 > 2.79$, $f=7.20 < 7.65$) nonostante la mesh piuttosto fitta. Il diagramma del taglio (Fig. 7) mostra che la soluzione non è simmetrica; si nota inoltre che vicino ad L_0 gli elementi sono soggetti a reazioni costanti. Evidentemente l'implementazione del solutore non lineare deve essere ancora perfezionata.

Si sottolinea inoltre il fatto che, se la zona con support elastico non è sufficientemente estesa, la soluzione non converge. Ad esempio è sufficiente estendere di un elemento per parte il support Compression Only perché la soluzione non converga.

Il file winkler_straus7.zip contiene i files di Straus che possono essere visionati con il Viewer di Straus, free e disponibile in internet.

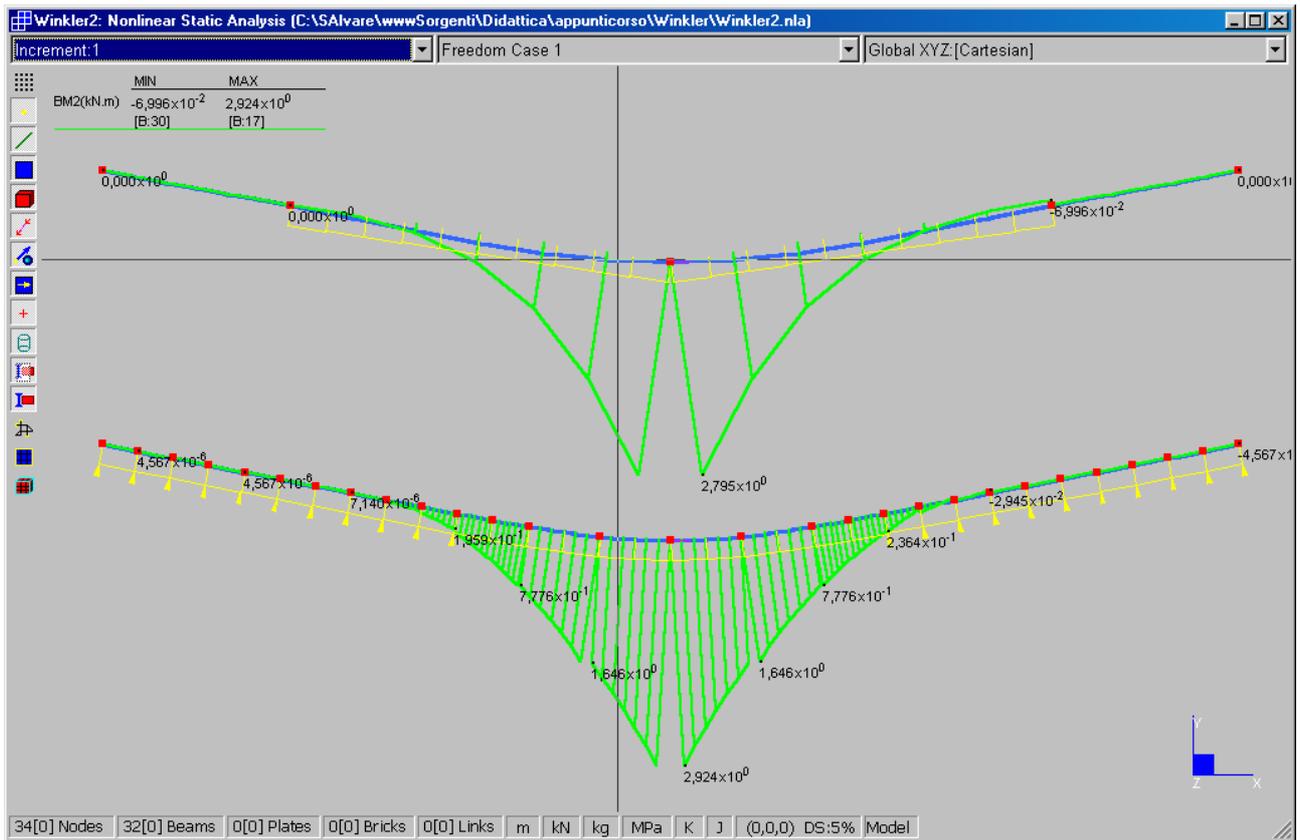


Fig. 6 – Non Linear Static (file Winkler2): diagramma momento

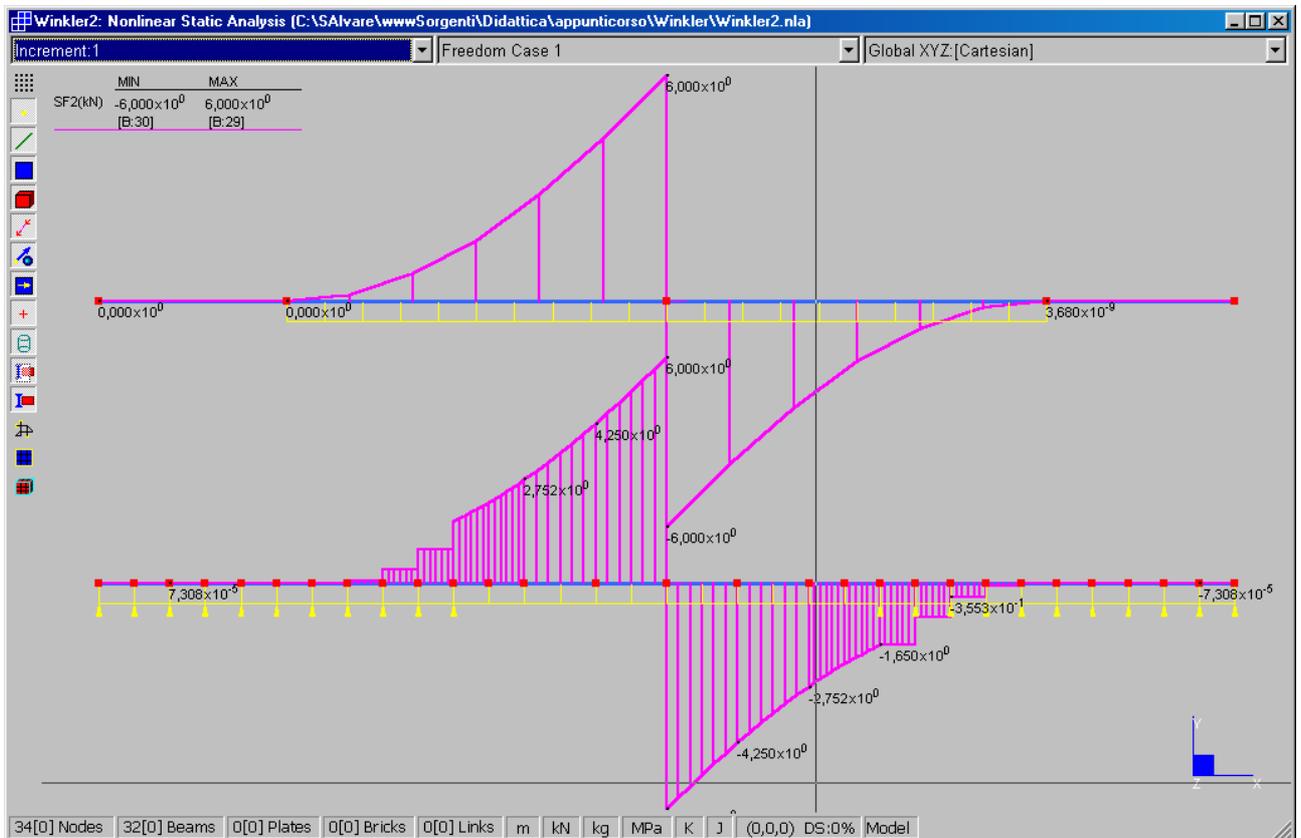


Fig. 7 – Non Linear Static: diagramma taglio