

IMBOZZAMENTO

Consideriamo il caso classico del pannello quadrato, incernierato ai bordi, soggetto a σ costante di compressione (Fig. 1).

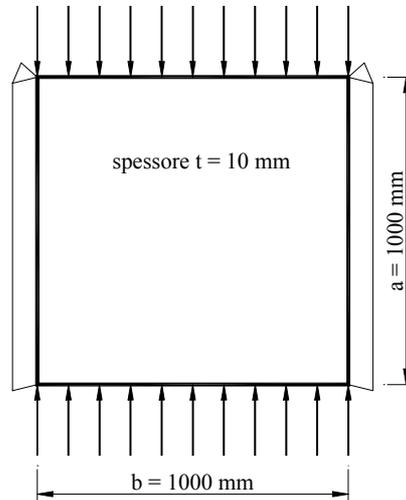


Fig. 1

La tensione critica vale:

$$\sigma_{cr} = K \frac{\pi^2 EJ}{12(1-\nu^2) \left(\frac{b}{t}\right)^2} = K \cdot 189800 \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (1)$$

$$\sigma_{cr} = 4 \cdot 18.98 \text{ N/mm}^2 = 75.92 \text{ N/mm}^2$$

In Straus si introducono la geometria ed i carichi di figura 2.

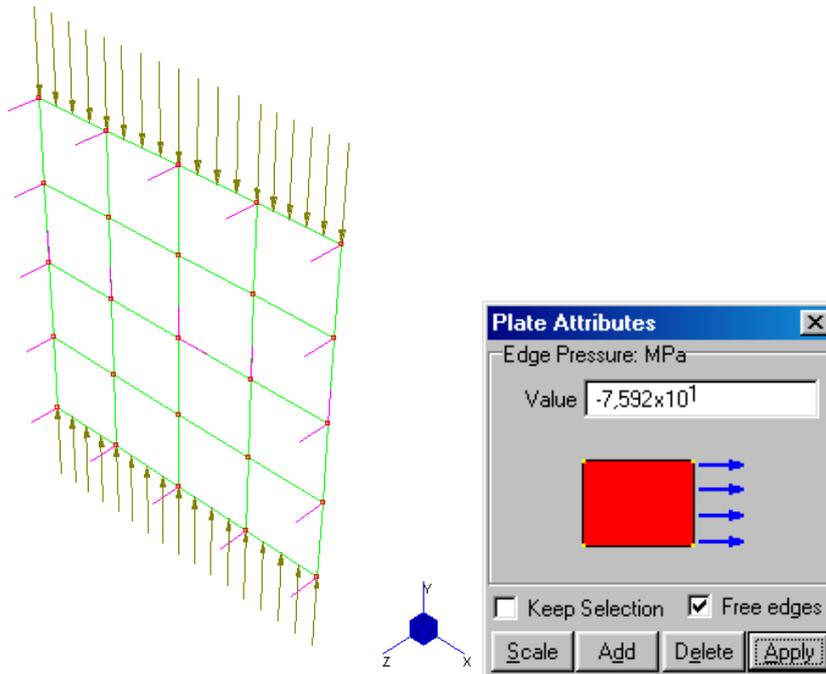


Fig. 2 – Mesh e carichi

Si notino le condizioni di vincolo; in particolare si noti che i lati verticali non devono essere vincolati secondo x, altrimenti nascono compressioni orizzontali per effetto delle dilatazioni impedito e il valore della σ_{cr} diminuisce.

Essendo il modello caricato con le tensioni critiche, ci aspettiamo dall'analisi di buckling un moltiplicatore critico unitario. Straus fornisce 0.914 (Fig. 3), approssimazione molto buona considerando la povertà della discretizzazione.

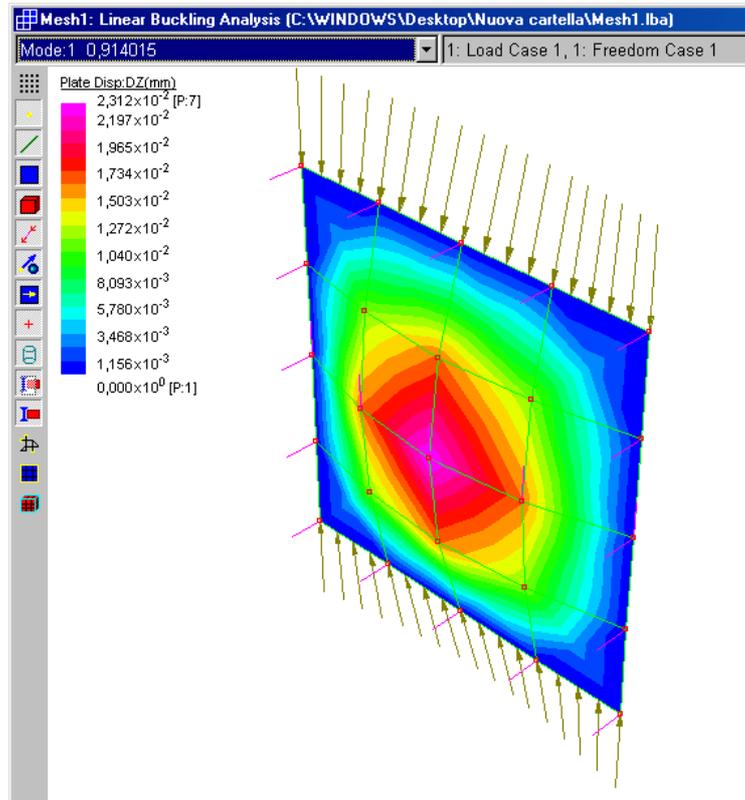


Fig. 3 – Deformata critica (file Imbozz1.st7)

Lo stesso risultato si ottiene nel caso di pannello di altezza doppia (Fig. 4).

Si ricorda che il valore di K da introdurre nella (1) è uguale a 4 per $\alpha = a/b \geq 1$.

In figura 5 è riportata invece l'analisi di Straus per il pannello con $a = 500$ mm, cioè con $\alpha = 0.5$. In questo caso si ha:

$$K = (\alpha + 1/\alpha)^2 = 6.25 \quad \sigma_{cr} = 6.25 \cdot 18.98 = 118.6 \text{ N/mm}^2$$

Il moltiplicatore critico teorico rispetto al carico di 75.92 N/mm^2 è quindi 1.563. Straus fornisce 1.508.

In figura 6 è rappresentata l'analisi di un caso reale. Il pannello compresso è l'anima di una colonna. Le ali hanno spessore di 10 mm e larghezza di 200 mm. Gli irrigidimenti hanno spessore di 10 mm. Il moltiplicatore critico, che nel caso ideale teorico (Fig. 4) è 1, sale a 1.16.

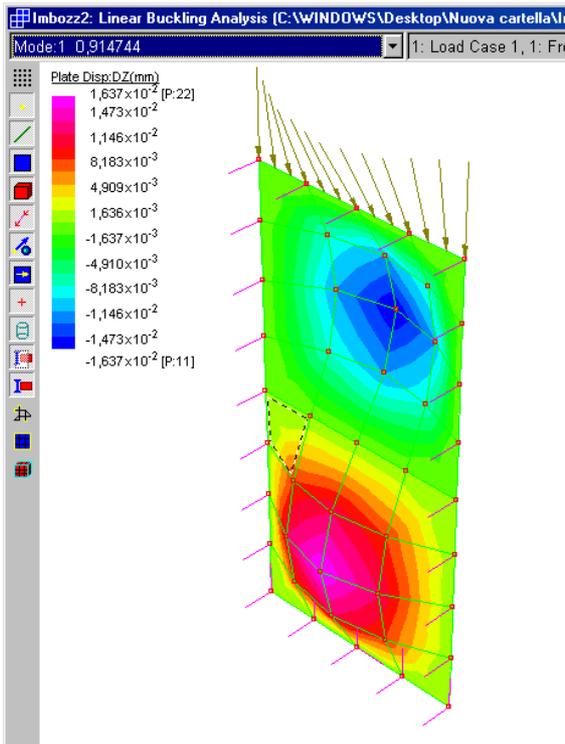


Fig. 4 – Pannello con $a/b=2$ (file Imbozz2.st7)

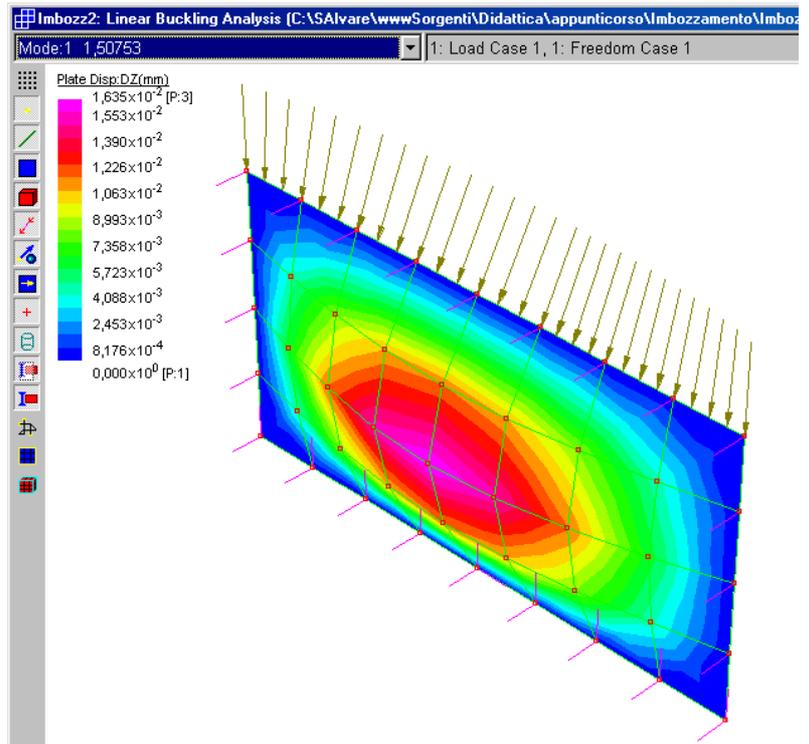


Fig. 5 – Pannello con $a/b=0.5$ (file Imbozz3.st7)

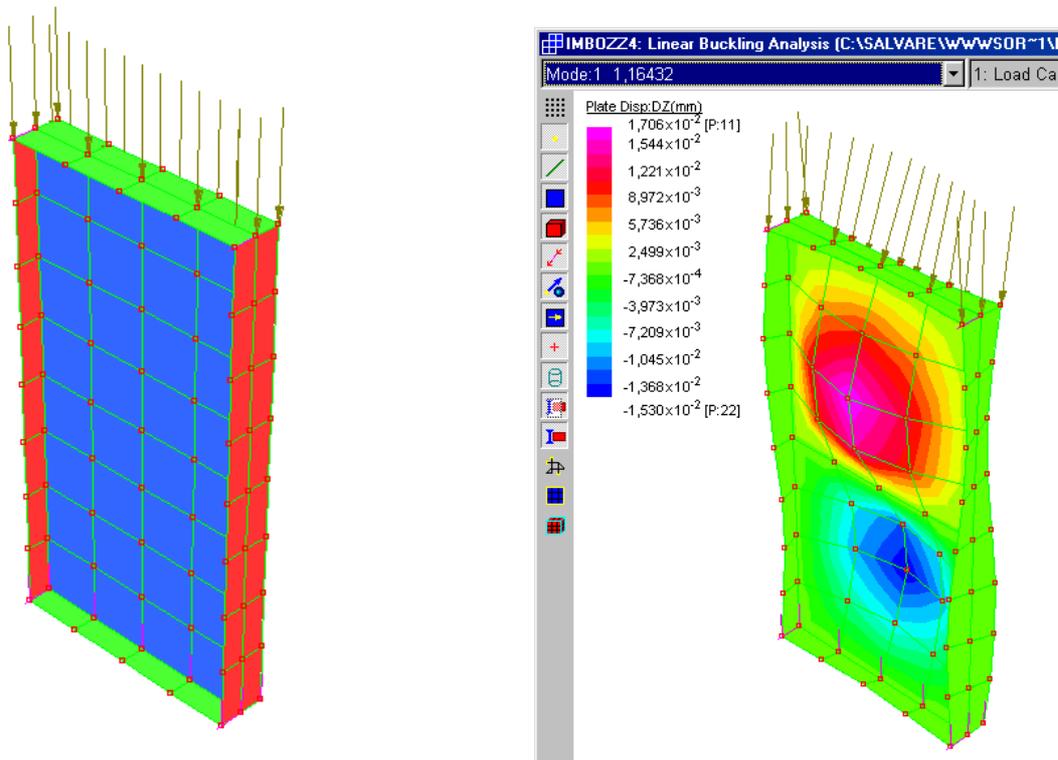


Fig. 6 – Pannello reale (file Imbozz4.st7)

Il file imbozz_straus7.zip contiene i files di Straus che possono essere visionati con il Viewer di Straus, free e disponibile in internet.

Resistenza post-critica

La resistenza post-critica è dovuta al fatto che, una volta raggiunto il carico critico, le fibre verticali possono continuare ad assorbire carico perché la loro inflessione fuori piano è ostacolata dalla rigidità flessionale delle fibre orizzontali. Le fibre più vincolate sono quelle vicine ai vincoli laterali e quindi all'aumentare del carico si ha una redistribuzione delle σ come mostra la figura 7 (le aree tratteggiate in verde sono equivalenti all'area tratteggiate in rosso). La larghezza efficace b_{eff} si ottiene dalla relazione:

$$N_{R,d} = f_{y,d} \cdot t \cdot b_{\text{eff}}$$

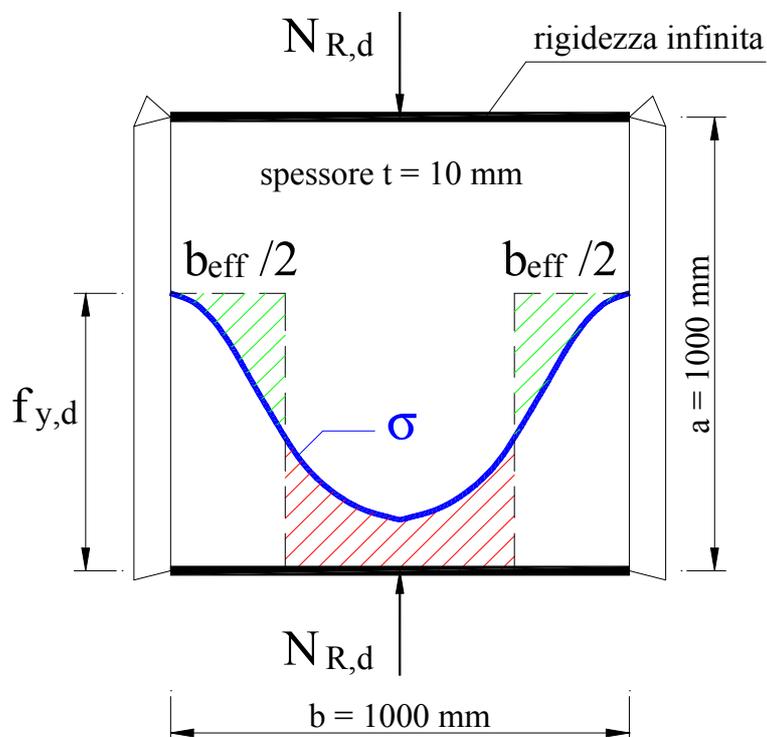


Fig. 7 – Larghezza efficace

Secondo EC3 #5.3.5. si ha:

$$b_{eff} = \rho b \quad \text{con} \quad \rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0.22}{\bar{\lambda}_p^2} = \frac{1.759 - 0.22}{1.759^2} = 0.497$$

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}} = \sqrt{\frac{235}{75.92}} = 1.759 > 0.673$$

$$N_{R,d} = f_{y,d} b_{eff} t = \frac{235}{1.1} 497 \cdot 10 = 1\,169\,000 \text{ N} = 1\,169 \text{ kN}$$

$$N_{cr} = \sigma_{cr} b t = 759.2 \text{ kN}$$

$$\frac{N_{R,d}}{N_{cr}} = 1.538$$

In Straus introduciamo la mesh come in figura 8.

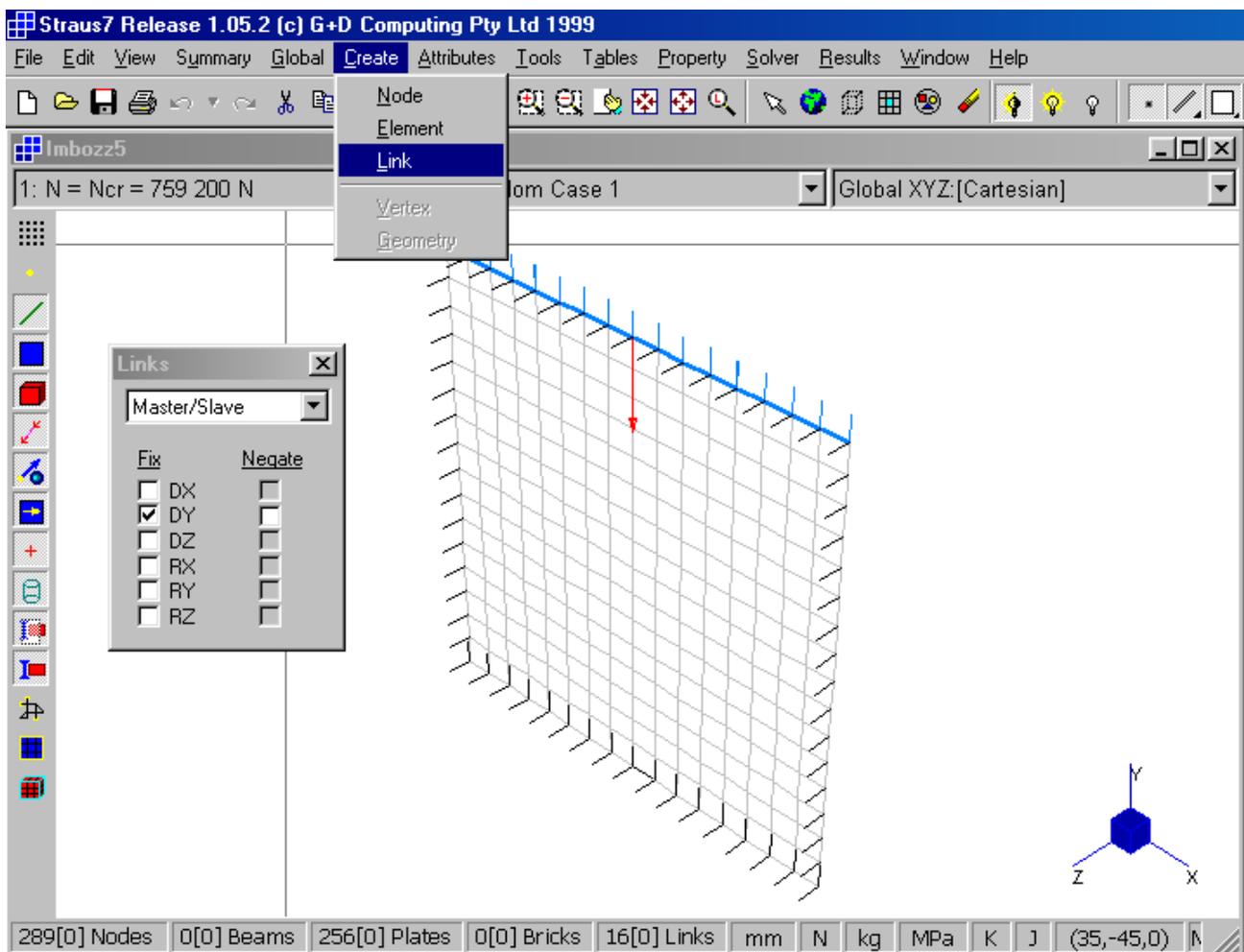


Fig. 8 – Mesh e link Master/Slave

Applichiamo la forza $N=N_{cr} = 759\,200 \text{ N}$ (in rosso in Fig.8). Per fare in modo che tutti i punti del bordo superiore abbiano lo stesso abbassamento, li colleghiamo con “Links” del tipo Master/Slave imponendo uguale DY (i links sono indicati in blu in

figura 8). Per sincerarci dell'efficacia dei Links lanciamo un run Linear Static (Fig. 9) che mostra una distribuzione costante delle σ , con valore pari alla tensione critica.

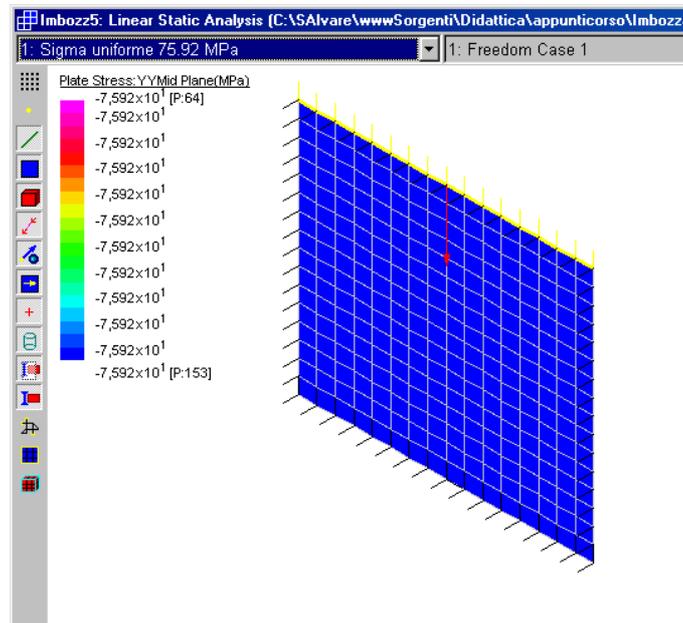


Fig. 9 – Analisi “Linear Static”

Per tener conto anche del comportamento non lineare del materiale, introduciamo il legame σ – ϵ (v. Fig. 10) con tetto plastico per $\sigma = f_{y,d} = 235/1.1 = 214 \text{ N/mm}^2$.

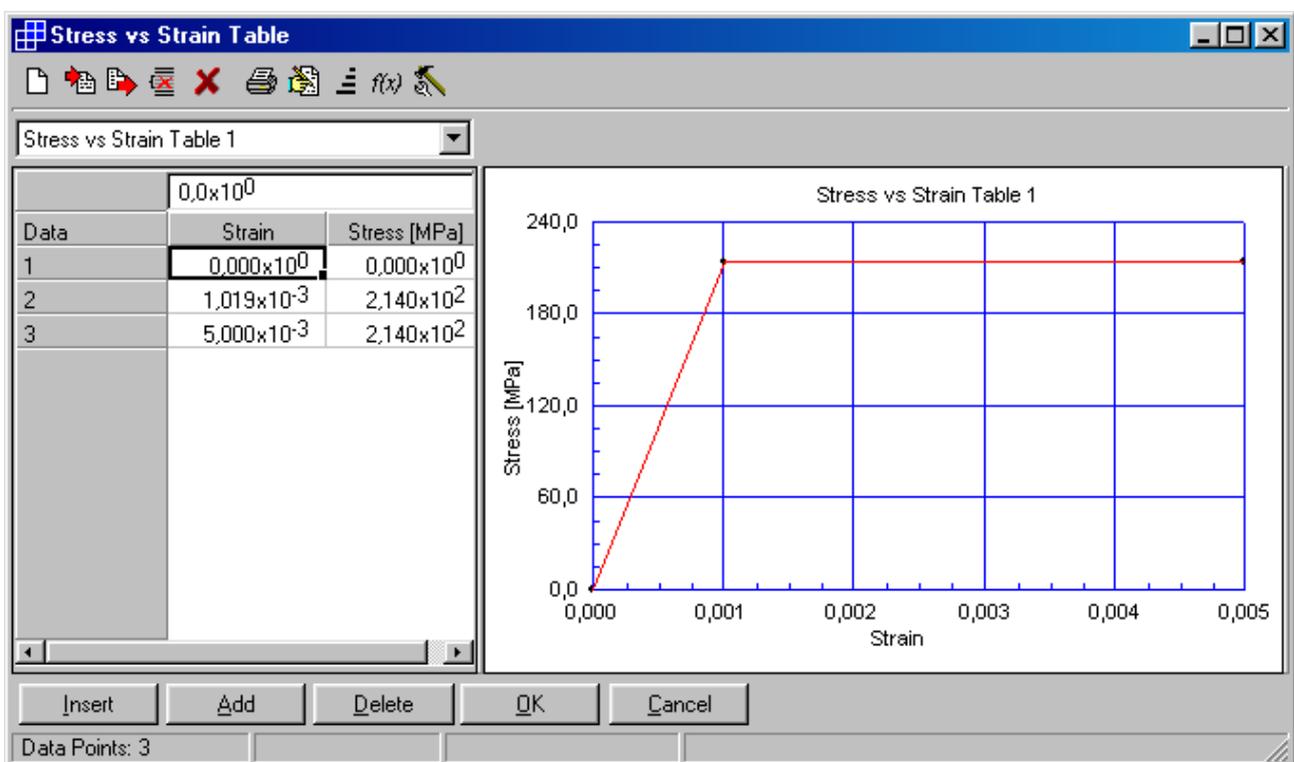


Fig. 10 – Legame σ – ϵ

Introduciamo le proprietà degli elementi come in figura 11.

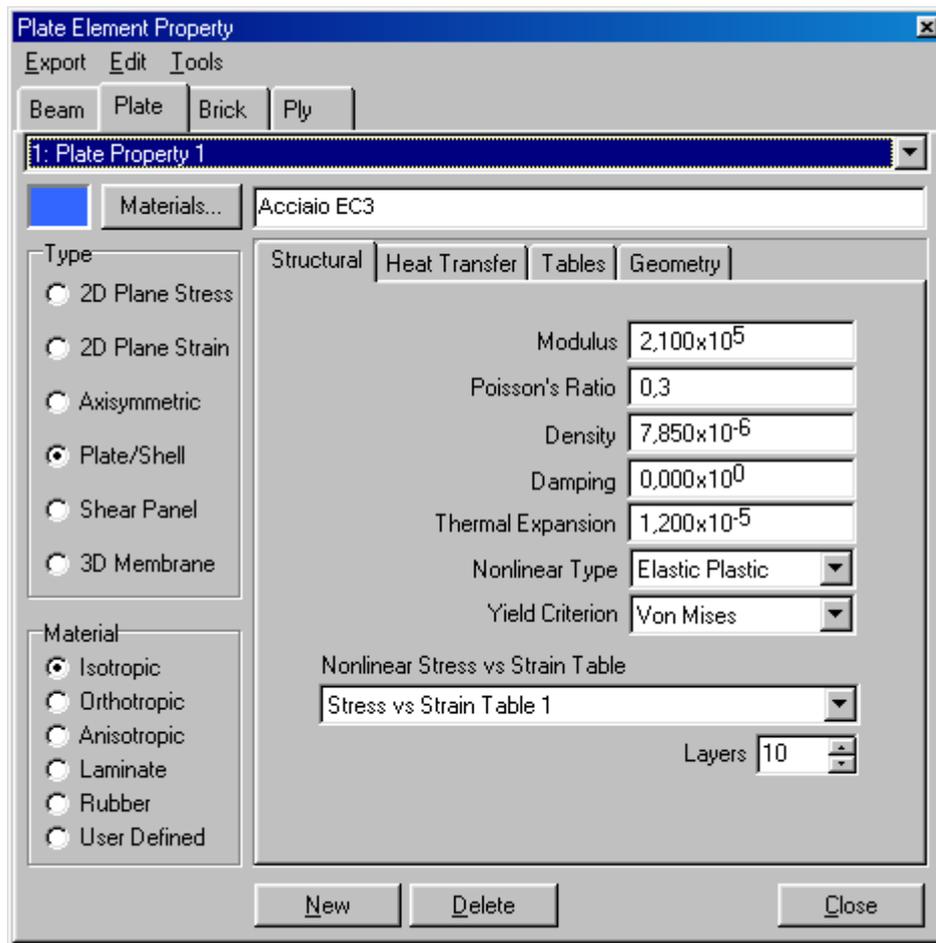


Fig. 11 – Proprietà degli elementi

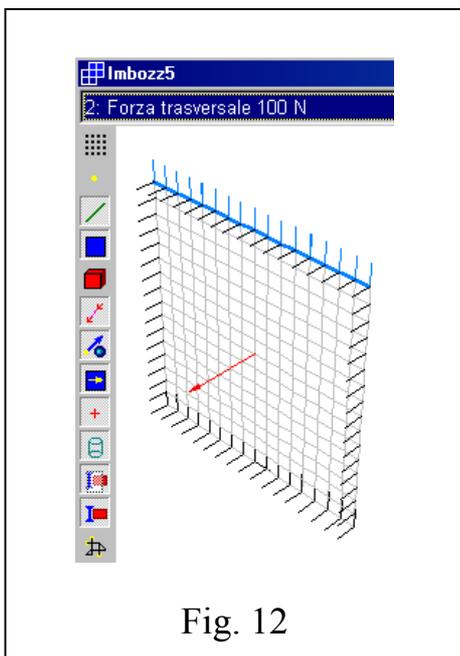


Fig. 12

Per l'analisi non lineare è necessario introdurre delle imperfezioni geometriche. Il modo più comodo è quello di applicare una piccola forza trasversale. Introduciamo quindi una nuova condizione di carico e applichiamo al nodo centrale una forza di 100 N che provoca uno spostamento $DZ=0.06$ mm (Fig. 12).

Lanciamo il solutore non lineare (Fig. 13) e introduciamo gli incrementi di carico (Loads Increments). Teniamo costante la forza trasversale (incremento costante = 1) e facciamo variare la forza assiale N con incrementi (moltiplicatori dei carichi) da 0.1 a 2.0 (Fig. 14).

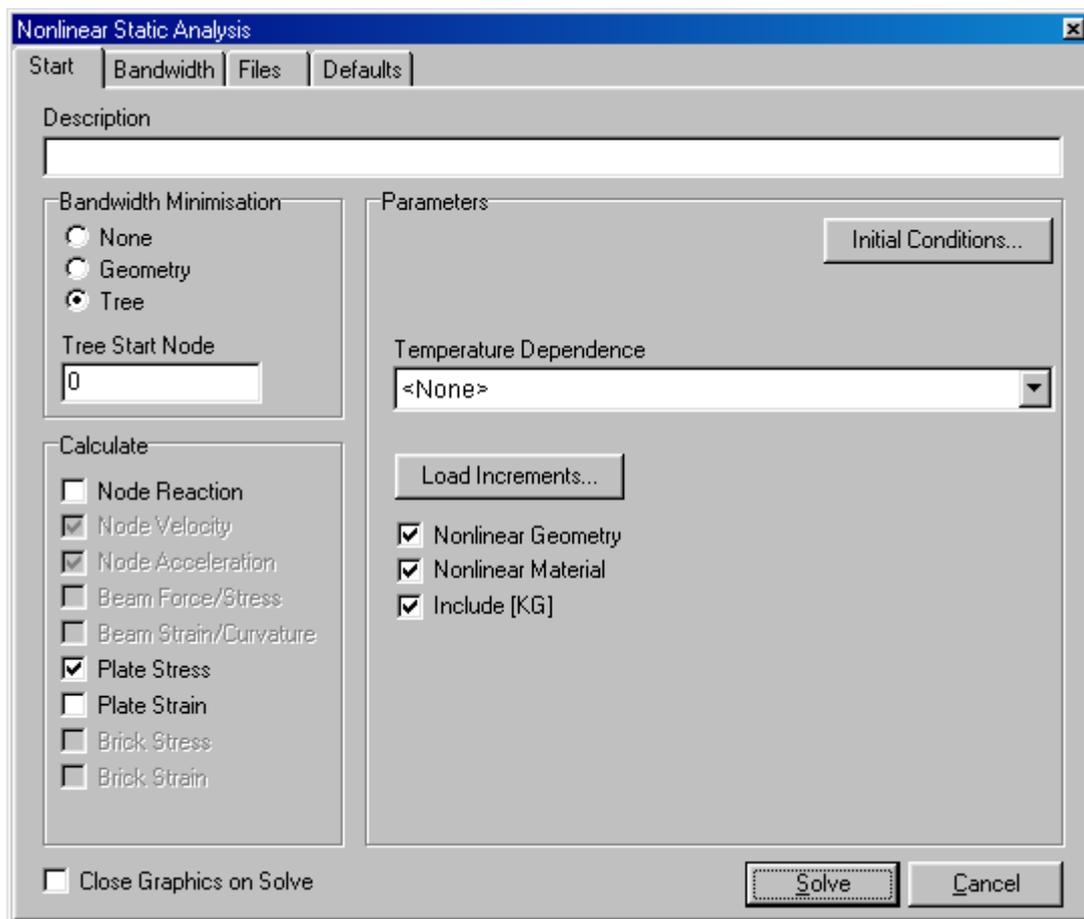


Fig. 13 – Solutore non lineare

Cases	Include	1	2	3	4	5	6
		Increment	Increment	Increment	Increment	Increment	Increment
N = N _{cr} = 1 169 000 N	✓	1,000×10 ⁻¹	2,000×10 ⁻¹	3,000×10 ⁻¹	4,000×10 ⁻¹	5,000×10 ⁻¹	6,000×10 ⁻¹
Forza trasversale 1000 N	✓	1,000×10 ⁰					
Freedom Case 1	✓	0,000×10 ⁰					

Fig. 14 – Incrementi di carico

Il solutore, dopo alcuni minuti, si arresta all'incremento 15 (moltiplicatore 1.5), oltre il quale la soluzione non converge. Straus fornisce quindi una resistenza post-critica pari a 1.5 volte il carico critico di imbozzamento, valore molto vicino a quello dell'EC3 sopra calcolato ($N_{R,d} = 1.538 N_{cr}$).

Nella figura 15 è riportato l'andamento delle σ_{YY} per l'incremento 15.

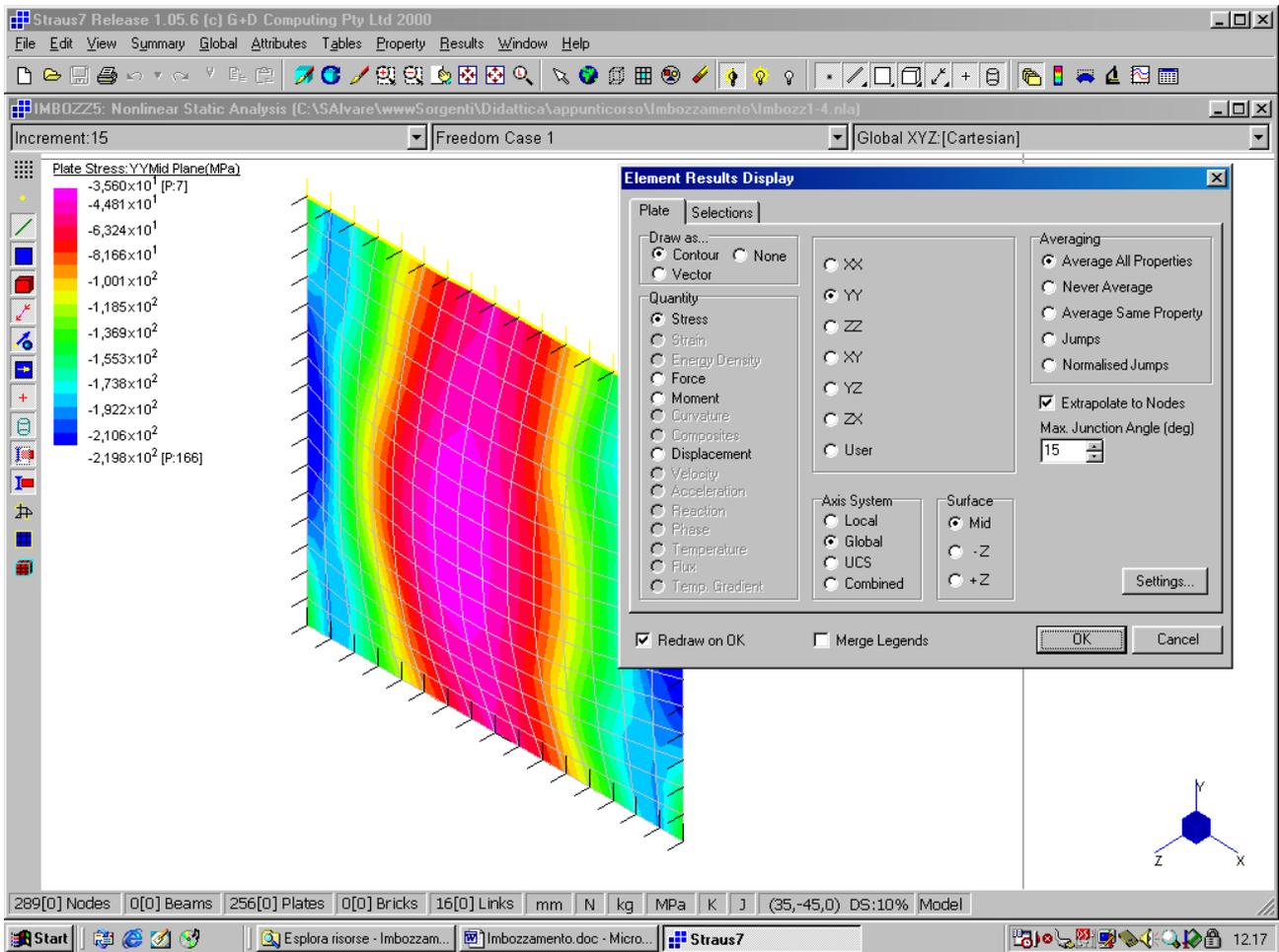


Fig. 15 - σ_{YY} per l'incremento 15

Si nota una concentrazione delle σ verso i bordi irrigiditi con valori prossimi alla $f_{y,d}$. L'andamento delle σ può essere meglio evidenziato creando un grafico con il pulsante "Graphs". In figura 16 sono riportati i grafici della σ_{YY} relativi agli incrementi 1, 5, 10, 15. Si nota la progressiva migrazione delle tensioni verso i bordi irrigiditi.

Lo spostamento del nodo centrale è di ben 17 mm (quindi l'effetto del secondo ordine amplifica di quasi 300 volte la deformazione).

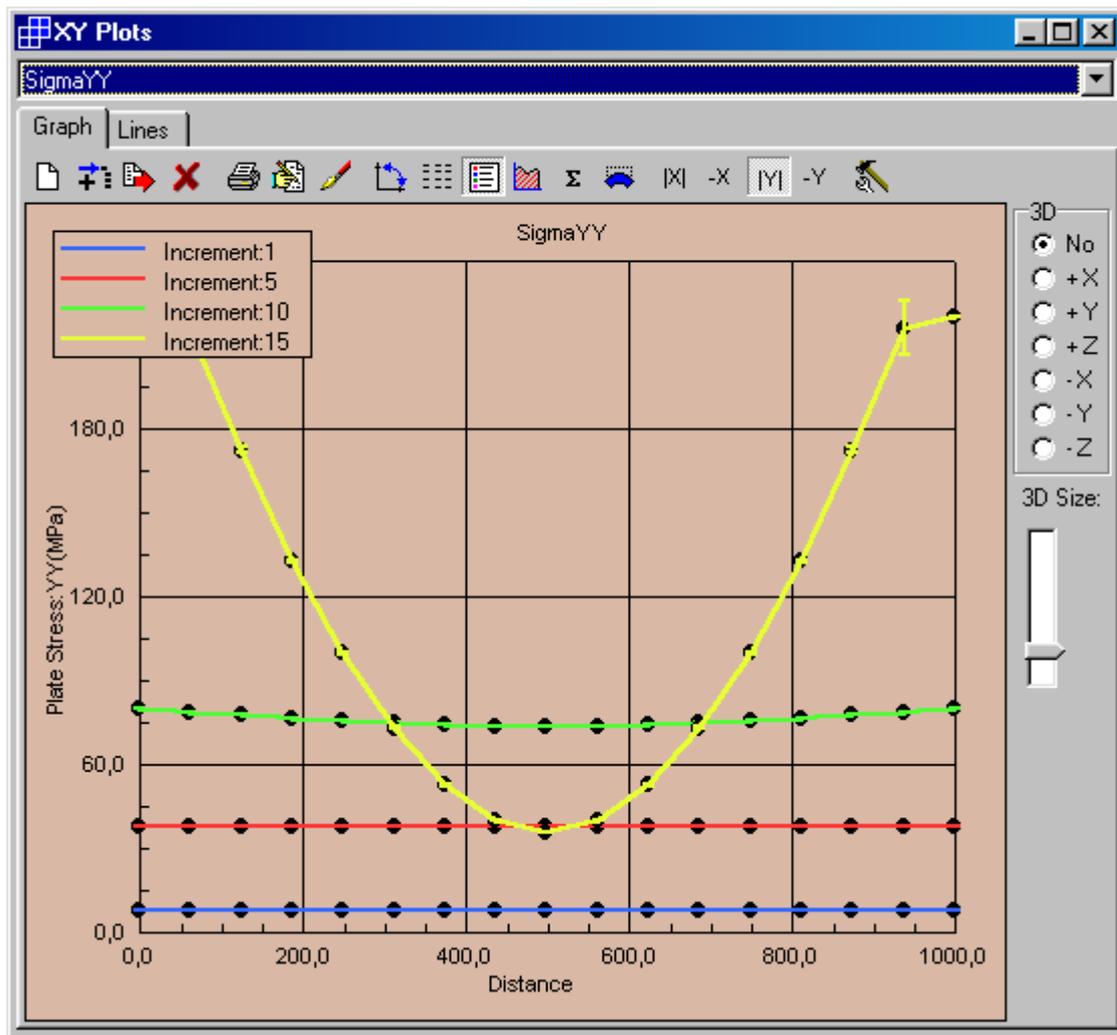


Fig. 16 - σ_{YY} per gli incrementi 1,5,10,15

Il file imbozz_straus7.zip contiene i files di Straus di questo esempio (Imbozz5.st7, .lsa, .nla) e l'animazione (Imbozz5.saf).